F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1975

OROSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1975

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU, prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar), conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU, acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Prof. dr. ing. C. PICOȘ
Prof. dr. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. CR. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXI (XXV), fasc. 1–2 1975

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

I. GROŞANU şi A. CHIRIAC, Asupra regimurilor staţionare din vecinătatea rezonanţei ale unui vibrator inerţial acţionat de un motor electric asincron (rusă, rez. rom.) 7

ELISABETA RUSU, Asupra existenţei soluţiei ecuaţiilor teoriei generalizate a termoelasticităţii liniare (II) (engl., rez. rom.) 13

PETRU GHENGHEA, O soluţie analitică pentru funcţia de curent din stratul limită termic, în convecţia liberă (franc., rez. rom.) 17

GH. AILINCĂI, ADRIAN DIMA şi I. ALEXANDRU, Modificări în structura şi caracteristicile oţelului Rp/3 prin tratament la temperaturi sub zero grade (I) (rom., rez. engl.) 23

LIVIU HOSTIUC, Fenomene de deteriorare specifice la rulmenţii cu mişcare oscilantă (rom., rez. engl.) 29

C. PICOŞ, ADRIAN CIRILLO, V. BRAHA, DRAGOŞ PARASCHIV şi M. GRAMATICU, Influenţa vitezei de durificare cu bile asupra microdurităţii stratului superficial (rom., rez. franc.) 35

GH. CAŞLER şi D. ZETU, Elaborarea şi experimentarea unui traductor de vibraţii capacitiv cu modulare în frecvenţă (rom., rez. franc.) 39

MIRCEA ZUGRĂVEL şi RADU GAIGINSCHI, Pompă de injecţie pentru benzină (rom., rez. engl.) 43

I. CONDREA, TITUS NESTOR şi D. SILION, Studiul analitic al dinamicii dispozitivului de copiat model Cimatic 6 BM2-MI/C prin metoda liniarizării armonice (rom., rez. franc.) 47

D. SILION, O. V. PRUTEANU şi GH. COMAN, Reglarea la dimensiunea de lucru a maşinilor de rectificat elemente de rulmenţi (rom., rez. engl.) 57

N. GOJINEŢCHI, N. GHERGHEL şi M. NECŞULESCU, Asupra unui fenomen tranzitoriu în funcţionarea cilindrilor pneumatici utilizaţi în acţionarea dispozitivelor de strîngere (rom., rez. franc.) 63

GH. COMAN, Creşterea preciziei prelucrării mecanice prin rectificare a elementelor de rulmenţi (rom., rez. engl.) 67

AUREL RĂILEANU şi EMIL UNCHEŞEL, Determinarea constantelor şi exponenţilor din relaţiile momentului de răsucire şi a forţei axiale la burghierea materialelor româneşti standardizate, grupa fontă cenuşie, turnată în piese, STAS nr. 568-61 (rom., rez. franc.) 73

RECENZII 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXI (XXV), Fasc. 1–2 1975

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

I. GROȘANU and A. CHIRIAC, On the Steady States near by the Resonance Domain of an Inertial Vibrator Driven by an Asynchronous Electric Motor (Russian, Romanian summary) 7
ELISABETA RUSU, On the Existence of Solutions to the Equations of Generalized Theory of Linear Thermoelasticity (II) (English, Romanian summary) 13
PETRU GHENGHEA, Une solution analytique pour la fonction de courant de la couche limite thermique en convection libre (French, Romanian summary) 17
GH. AILINCĂI, ADRIAN DIMA and I. ALEXANDRU, The Changes of the Structure and the Characteristics of Rp/3 Steel at Treatment below 0°C (I) (Romanian, English summary) 23
LIVIU HOSTIUC, Specific Damage Phenomena in Rolling Bearings under Oscillating Motion (Romanian, English summary) 29
C. PICOȘ, ADRIAN CIRILLO, V. BRAHA, DRAGOȘ PARASCHIV și M. GRAMATICU, L'influence de la vitesse de durification avec des billes sur la microdureté de la couche superficielle (Romanian, French summary) 35
GH. CAȘLER et D. ZETU, Élaboration et expérimentation d'un traducteur de vibrations capacitif avec modulation en fréquence (Romanian, French summary) 39
MIRCEA ZUGRĂVEL and RADU GAIGINSCHI, Fuel-Injection Pump (Romanian, English summary) 43
I. CONDREA, TITUS NESTOR et D. SILION, Étude analytique de la dynamique du dispositif de copiage modèle Cimatic 6BM2-MI/C par la méthode de la linéarisation harmonique (Romanian, French summary) . . 47
D. SILION, O. V. PRUTEANU and GH. COMAN, The Adjustement Machine Tools for Grinding the Bearings Elements to the Work Dimension (Romanian, English summary) 57
N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL et M. NECȘULESCU, Quelques aspects concernant un phénomène transitoire dans le fonctionnement des cylindres pneumatiques utilisés dans la mise en mouvement des dispositifs de serrement (Romanian, French summary) 63
GH. COMAN, Improvement of the Precision of Mechanical Production in Grinding of Bearing Elements (Romanian, English summary) 67
AUREL RĂILEANU et EMIL UNCHEȘEL, Détermination des paramètres des forces de coupe et des moments concernant le perçage des fontes roumaines (STAS no. 568-61) (Romanian, French summary) 73
BOOK REVIEWS 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXI (XXV), Вып. 1—2 1975

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

И. ГРОШАНУ и А. КИРИЯК, О стационарных режимах вблизи резонанса инерциального вибратора приводимого в действие асинхронным электродвигателем (русск., рез. рум.) 7

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, О существование решении уравнении обобщеной теории линнеинои термоэластичности (II) (англ., рез. рум.) . . . 13

ПЕТРУ ГЕНГЕА, Аналитическая решения для фунция тока из пограничного слое в свободном конвекции (франц., рез. рум.) 17

Г. АИЛИНКЭЙ, АДРИЯН ДИМА и И. АЛЕКСАНДРУ, Преобрезование в стуктуре и харакгеристики сталь Rp/3 при обработке в температур нижнее °0С (I) (рум., рез. англ.) 23

ЛИВЮ ХОСТЮК, Явления износа относящие на подшипники с касающем движениям (рум., рез. англ.) 29

Г. ПИКОШ, АДРИЯН ЧИРИЛЛО, В. БРАХА, ДРАГОШ ПАРАСКИВ и М. ГРАМАТИКУ, Влияние скорости упрочнения шариками на микротвердости поверхностного слоя (рум., рез. франц.) 35

Г. КАШЛЕР и Д. ЗЕТУ, Разработка и экспериментирование вибрационного емкостного датчика с частотным модулированием (рум., рез. франц.) 39

МИРЧИА ЗУГРЭВЕЛ и РАДУ ГАЙДЖИНСКИ, Впрыский насос для бензин (рум., рез. англ.) 43

И. КОНДРЯ, ТИТУС НЕСТОР и Д. СИЛИОН, Аналитическое исследование динамики копировального приспособления модель CIMATIC 6 BM2-MI/C методом гармонической линеаризации (рум. рез. франц.) 47

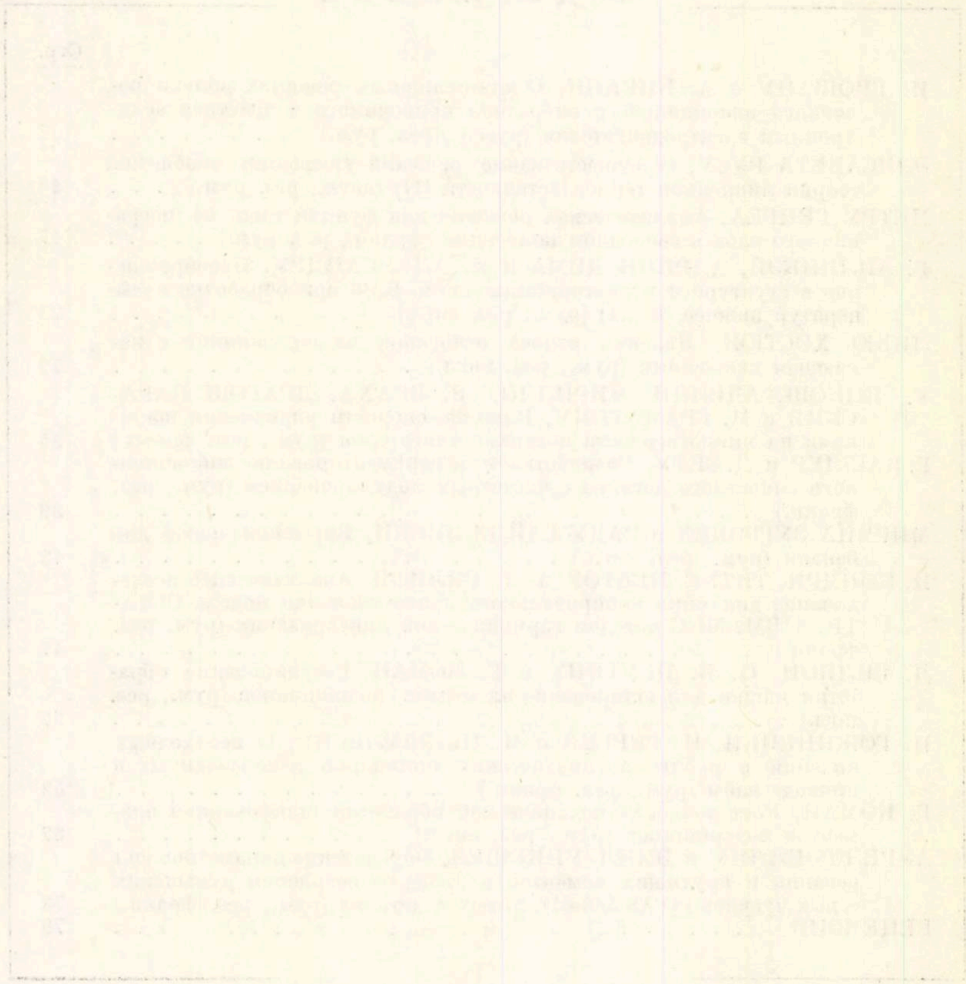
Д. СИЛИОН, О. В. ПРУТЯНУ и Г. КОМАН, Регулинование обработки машин для шлирование элементов подшипников (рум., рез. англ.) 57

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Н. ГЕРГЕЛ и М. НЕКШУЛЕСКУ, О переходных явлений в работе пневматических цилиндров исползованных в приводе вайм (рум., рез. франц.) 63

Г. КОМАН, Рост точности механической обработки шлифованием элементов подшипников (рум., рез. англ.) 67

АУРЕЛ РЭИЛЯНУ и ЭМИЛ УНКЕШЕЛ, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских серых чугунов (STAS 568-61), литых в деталях (рум., рез. франц.) 73

РЕЦЕНЗИИ 79



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

У.Д.К. 534.01; 621.31

О СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСА ИНЕРЦИАЛЬНОГО ВИБРАТОРА ПРИВОДИМОГО В ДЕЙСТВИЕ АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ

И. ГРОШАНУ и А. КИРИЯК

В настоящее время из разных типов вибраторов, самыми распространеными являются инерциальные вибраторы, а в качестве приводных электродвигателей используются почти исключительно асинхронные электродвигатели так как они самые дешевые и самые крепкие.

При исследовании режимов движения системы составленной из вибратора и приводного электродвигателя надо учитывать взаимодействие между ними, которое появляется из-за того, что мощность двигателя является ограниченной. В работах [1] ... [6] рассматриваются разные виды этой задачи.

В настоящей работе исследуются периодические стационарные режимы в резонансной области инерциального вибратора приводимого в действие асинхронным электродвигателем, учитывая динамуческую характеристику двигателя.

Рассматривается инерциальный вибратор из рис. 1 с линейными упругими и диссипативными свойствами, уравнения движения которого являются :

$$(m_1 + m_0)\ddot{y} + c\dot{y} + ky = m\,r\dot{\theta}^2\cos\theta + m_0 r\ddot{\theta}\sin\theta,$$

$$(J_1 + m_0 r^2)\ddot{\theta} + c_1\dot{\theta} = C + m_0 r(\ddot{y} + g)\sin\theta, \tag{1}$$

$$\dot{C} + \frac{1}{T_e}C + \frac{J_1 + m_0 r^2}{T_e T_m}\dot{\theta} = \frac{1}{\lambda T_e},$$

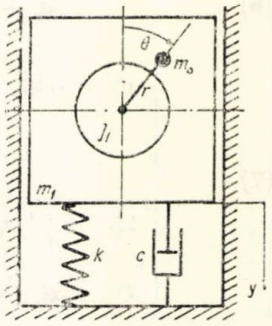


Рис. 1

где, кроме обозначений смысл которых ясен из рис. 1, еще записались : C — электромагнитный момент произведенный асинхронным двигателем, $T_e = \Omega_k/[(\omega_r(\Omega_s - \Omega_k)]$ —электромагнитная постоянная времени (Ω_k—критическая угловая скорость двигателя, ω_r — циркулярная частота электрической сети, Ω_s —угловая скорось синхронизма двигателя), $T_m = \lambda\Omega_s(J_1 + m_0 r^2)$ — механическая постоянная времени, $\lambda = d\Omega/dC$ —наклон статической механической харакреистики двигателя, в режиме синхронизма.

Применяя также обозначения :

$$M = m_1 + m_0, \quad \omega_n = \sqrt{k/M}, \quad \Omega = \dot{\theta}, \quad J = J_1 + m_0 r^2,$$
$$\alpha = 1/T_e, \quad \beta = 1/T_e T_m, \quad \gamma = 1/\lambda T_e,$$

уравнения (1) будут :

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = \mu\left[(\Omega^2 - \omega_n^2)y + \frac{1}{M}(m_0 r\Omega^2 \cos\theta + m_0 r\dot{\Omega}\sin\theta - c\dot{y})\right], \tag{2}$$

$$\dot{\Omega} = \frac{\mu}{J}[m_0 r(\ddot{y} + g)\sin\theta + C - c_1\Omega], \tag{3}$$

$$\dot{C} + \alpha C = \beta - \gamma\Omega. \tag{4}$$

В уравнение (2) вводился малый параметр μ предполагая, что параметры системы позволяют это, а в уравнение (3) введение μ было возможно так как вблизи резонанса, разница $\Omega - \omega_n$ достаточно малая.

Приближенное решение системы (2)–(4), имеет вид :

$$\begin{cases} y = y_0 + \mu y_1 + \ldots, \\ \Omega = \Omega_0 + \mu\Omega_1 + \ldots, \\ C = C_0 + \mu C_1 + \ldots. \end{cases} \tag{5}$$

Вводя решение (5) в систему (2)–(4), получаются уравнения для определения приблизительности нулевого порядка (6) и первого порядка (7) :

$$\ddot{y}_0 + \Omega_0^2 y_0 = 0, \quad \dot{\Omega}_0 = 0, \quad \dot{C}_0 + \alpha C_0 = \beta - \gamma\Omega_0, \tag{6}$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + \Omega_0^2 y_1 = -2\Omega_0\Omega_1 y_0 + (\Omega_0^2 - \omega_n^2)y_0 + \dfrac{1}{M}(m_0 r\Omega_0^2\cos\theta_0 + \\ \qquad + m_0 r\dot{\Omega}_0\sin\theta_0 - c\dot{y}_0), \\ \dot{\Omega}_1 = \dfrac{1}{J}[m_0 r(\ddot{y}_0 + g)\sin\theta_0 + C_0 - c_1\Omega_0], \\ \dot{C}_1 + \alpha C_1 = -\gamma\Omega_1. \end{cases} \tag{7}$$

Решая систему (6) с начальным условием $t = 0$, $\Omega = \Omega_0$, получается

$$y_0 = A\sin\Omega_0 t + B\cos\Omega_0 t, \quad \Omega_0 = \text{const}, \quad (\theta = \Omega_0 t), \quad C_0 = \frac{\beta - \gamma\Omega_0}{\alpha}, \tag{8}$$

в которых постоянные Ω_0, A, B, определяются при помощи системы (7). Таким образом, вводя выражения (8) во второе уравнение из (7), оно становится :

$$\dot{\Omega}_1 = \frac{1}{2}\frac{m_0 r}{J}\Omega_0^2(A\cos 2\Omega_0 t - B\sin 2\Omega_0 t) + \frac{m_0 rg}{J}\sin\Omega_0 t -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{m_0 r}{J}\Omega_0^2 A + \frac{1}{J}\frac{\beta - \gamma\Omega_0}{\alpha} - c_1\Omega_0. \tag{9}$$

Для того чтобы Ω_1 было ограниченным, необходимо чтобы уравнение (9) не имело свободных членов :

$$\frac{1}{2}\frac{m_0 r}{J}A\Omega_0^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha J} + c_1\right)\Omega_0 - \frac{\beta}{\alpha J} = 0. \tag{10}$$

Решения уравнения (10) представляют значения угловой скорости у которой возможны стационарные режимы.

Учитывая (10), интегрируется уравнение (9) с начальным условием $= 0$, $\Omega_1 = 0$:

$$\Omega_1 = \frac{1}{4}\frac{m_0 r}{J}\Omega_0(A\sin 2\Omega_0 t + B\cos 2\Omega_0 t) - \frac{m_0 rg}{J}\cos\Omega_0 t. \tag{11}$$

Заменяя решения (8) и (11) в первом уравнении из (7), последнее принимает вид :

$$\ddot{y}_1 + \Omega_0^2 y_1 = \left[(\Omega_0^2 - \omega_n^2)A + \frac{c}{M}\Omega_0 B\right]\sin\Omega_0 t + \left[-\frac{c}{M}\Omega_0 A + \right.$$

$$\left. + (\Omega_0^2 - \omega_n^2)B - \frac{1}{4}\Omega_0^2\frac{m_0 r}{J}(A^2 + B^2) + \frac{m_0 r}{M}\Omega_0^2\right]\cos\Omega_0 t +$$

$$+ \frac{m_0 rg}{J}A\sin 2\Omega_0 t + \frac{m_0 rg}{J}B\cos 2\Omega_0 t - \frac{1}{2}\frac{m_0 r}{J}\Omega_0^2 AB\sin 3\Omega_0 t - \tag{12}$$

$$-\frac{1}{4}\frac{m_0 r}{J}\Omega_0^2(B^2 - A^2)\cos 3\Omega_0 t + \frac{m_0 rg}{J}B.$$

Для того чтобы решение уравнения (12) было ограниченным и периодическим, необходимо чтобы вековые члены становились равными нулю, откуда получаются два алгебраических уравнения для определения постоянных A и B :

$$\begin{cases} (\Omega_0^2 - \omega_n^2)A + \dfrac{c}{M}\Omega_0 B = 0, \\ -\dfrac{c}{M}\Omega_0 A + (\Omega_0^2 - \omega_n^2)B - \dfrac{1}{4}\Omega_0^2\dfrac{m_0 r}{J}(A^2 + B^2) + \dfrac{m_0 r}{M}\Omega_0^2 = 0. \end{cases} \tag{13}$$

Из системы (13) получаются для A и B две пары значений, каждой соответствуя стационарный режим, из которых только один является периодическим :

$$(14)\quad \begin{cases} A = -\dfrac{2cJ}{Mm_0 r\Omega_0}\left[1 \pm \sqrt{1 + \dfrac{1}{MJ}\dfrac{m_0 r^2\Omega_0^4}{(\omega_n^2 - \Omega_0^2)^2 + \left(\dfrac{c}{M}\Omega_0\right)^2}}\right], \\ B = -\dfrac{2J(\omega_n^2 - \Omega_0^2)}{m_0 r\,\Omega_0^2}\left[1 \pm \sqrt{1 + \dfrac{1}{MJ}\dfrac{m_0^2 r^2\,\Omega_0^4}{(\omega_n^2 - \Omega_0^2)^2 + \left(\dfrac{c}{M}\,\Omega_0\right)^2}}\right]. \end{cases}$$

Учитывая условия (13), уравнение (12) допускает частное решение

$$(15)\quad y_1 = -\frac{m_0 rgA}{3\Omega_0^2 J}\sin 2\Omega_0 t - \frac{m_0 rg\,B}{3\Omega_0^2 J}\cos 2\Omega_0 t + \frac{m_0 rAB}{16J} + \\ + \frac{m_0 r(B^2 - A^2)}{32\,J}\cos 3\Omega_0 t + \frac{m_0 rg\,B}{\Omega_0^2 J}.$$

Наконец, учитывая выражение (11), для третьего уравнения из (15) получается частное решение

$$(16)\quad C_1 = \frac{\gamma m_0 rg}{J(\alpha^2 + \Omega_0^2)}\sin \Omega_0 t + \frac{\alpha\gamma m_0 rg}{J\Omega_0(\alpha^2 + \Omega_0^2)}\cos \Omega_0 t - \\ - \frac{\gamma m_0 r\Omega_0(\alpha A + 2\Omega_0 B)}{4J(\alpha^2 + 4\Omega_0^2)}\sin 2\Omega_0 t - \frac{\gamma m_0 r\Omega_0(\alpha B - 2\Omega_0 A)}{4(\alpha^2 + 4\Omega_0^2)}\cos 2\Omega_0 t.$$

Возвращаясь теперь к уравнению (10) угловых скоростей возможных в стаицонарных режимах, уравнение можно написать

$$(17)\quad \frac{1}{2}\frac{m_0 r}{J}A\Omega_0^2 + c_1\Omega_0 = \frac{1}{\alpha J}(\beta - \gamma\Omega_0).$$

Левая часть уравнения, которую обозначается через $D(\Omega_0)$, представляет сумму потерей при вязком затухании в колебательном движении массы m_1 и во вращательном движении двигателя. Правая часть соответствует электромагнитному моменту произведенному двигателем и обозначается через $E(\Omega_0)$. Следовательно, уравнение $D(\Omega_0) = E(\Omega_0)$ выражает условие для того, чтобы момент двигателя покрывал все потери системы вибратор-двигатель.

Для исследования устойчивости стационарных режимов, уравнение (17) написается в более общем виде, вводя безразмерные величины :

$$2h = \frac{c}{M\omega_n}, \qquad a = \frac{m_0}{M}, \qquad b = \frac{m_0 r^2}{J}, \qquad d = \frac{c_1}{J\omega_n},$$

$$e = \frac{C_m}{J\omega_n^2}, \qquad f = \frac{\alpha}{\omega_n}, \qquad p = \frac{\gamma}{C_m\omega_n}, \qquad q = \frac{\beta}{C_m}.$$

Применяя эти обозначения и выражение A из (14), уравнение (17) будет :

$$\Omega_0\left[2h\left(\sqrt{1+\frac{ab\Omega_0^4}{(1-\Omega_0^2)^2+(2h\Omega_0)^2}}-1\right)+d\right]=\frac{e}{f}(p-q\Omega_0). \tag{18}$$

Во выражении A принялся знак минус перед радикалом, так как только таким образом первый член из (17) выражает потери в колебательном прямолинейном движении.

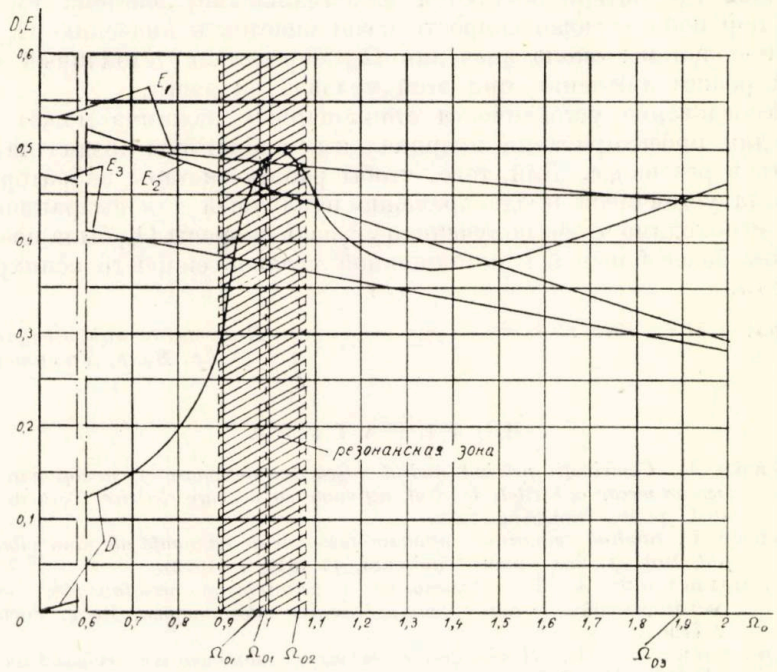


Рис. 2

Применяя графический метод исследования устойчивости [2], [4], представились в рис. 2 кривая потерей $D(\Omega_0)$ для $a=0{,}2$; $b=1$; $d=0{,}2$; $h=0{,}1$ и кривая $E_1(\Omega_0)$ электромагнитного момента асинхронного двигателя так, чтобы кривые пересекались. Другие характеристики $E_2(\Omega_0)$,$E_3(\Omega_0)$ получаются для других двигателей, причем асинхронный двигатель имеет только одну механическую характеристику, нерасполагая возможностями регулирования.

Кривые $E_1(\Omega_0)$ и $D(\Omega_0)$ пересекаются в трех точках абсциссы которых Ω_{01}, Ω_{02}, Ω_{03} являются угловыми скоростями стационарных режимов которые могут появлятся в этом случае.

Определяется как резонансную зону [2] область ($\Omega_{0r}-0{,}9$; $\Omega_{0r}+0{,}9$), в которой $\Omega_{0r}=0{,}98$ – угловая скорость резонанса для которой получаются максимальные амплитуды колебаний системы с пара-

метрами выбранные выше. Отмечается, что значения Ω_{01} и Ω_{02} охвачены в резонансной области. Из двух стационарных режимов соответствующих Ω_{01} и Ω_{02}, только тот который соответствует Ω_{01} является устойчивым. Действительно, если в определеный момент времени имеет место возмущение которое приводит к снижению угловой скорости ниже Ω_{01}, в новом состоянии потерии будут меньшими а движущий момент возрастет, следовательно система ускоряется до тех пор пока она будет снова приведена к угловой скорости Ω_{01}; аналогично, если вследствие возмущения угловая скорость увеличилась (но без превышения значения $\Omega_{0m} = 1{,}02$ где потери являются максимальными), система тормозится до тех пор пока углавая скорость возвращается к значению Ω_{01}. Такое поведение системы около значения Ω_{01} определяет устойчивый стационарный режим движения при этой угловэй скэрэсти.

Исследование устойчивости стационарных рэжимов можэт примэняться для проектирования инерциальных вибраторэв прэдназначэнных работать в резонансе. Для того, чтобы работа системы вибратор-двигатель была устойчивой и одновременно наилучшей для выбранного двигателя, необходимо чтобы полученная угловая скорость Ω_{01} была поскольку возможно более близкой к номинальной угловой скорости асинхронного двигателя.

Поступила в 31 IV 1974 г.

Политехниский институт им. Тр. Вуия, Тимишора

ЛИТЕРАТУРА

1. Groşanu I., *Contribuţii privind studiul mişcărilor staţionare şi nestaţionare ale sistemelor mecanice excitate inerţial, acţionate cu motoare electrice.* Teză de doctorat, Inst. polit. Timişoara, 1970.
2. Groşanu I., *Studiul regimurilor staţionare apropiate de rezonanţă ale unui vibrator inerţial,* Bul. şt. inst. polit. Timişoara, 17 (31), *1* (1972).
3. Карамышкин В. В., *Замечание о характере резонансного движения механической системы с центробежным вибратором.* Вест. моск. ун-та, *1* (1967).
4. Кононенко В. О., *Некоторые системы с ограниченным возбуждением.* Изд. Наука, М., 1964.
5. Silaş Gh., Groşanu I., *Studiul regimurilor staţionare ale unui vibrator acţionat cu un motor electric de curent continuu.* A II-a Conferinţă de Mecanică Tehnică, Bucureşti, 29—31 octombrie 1970.
6. Вейц В. Л., *Динамика машиных агрегатов.* Машиностроение, Л., 1969.

ASUPRA REGIMURILOR STAŢIONARE DIN VECINĂTATEA REZONANŢEI ALE UNUI VIBRATOR INERŢIAL ACŢIONAT DE UN MOTOR ELECTRIC ASINCRON

(Rezumat)

Se examinează regimurile staţionare ale unui vibrator inerţial acţionat de un motor electric asincron. Se consideră cazul regimurilor staţionare apropiate de regimul de rezonanţă al vibratorului. Regimurile staţionare sînt determinate aproximativ cu ajutorul metodei perturbaţiilor. Condiţiile de stabilitate ale acestor regimuri s-au stabilit cu ajutorul considerentelor energetice. Se formulează condiţiile funcţionării optime a motorului împreună cu vibratorul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C.539.31; 539.377

ON THE EXISTENCE OF SOLUTIONS TO THE EQUATIONS OF GENERALIZED THEORY OF LINEAR THERMOELASTICITY

II. NONHOMOGENEOUS INITIAL CONDITIONS

BY

ELISABETA RUSU

In this paper we derive the existence theorem for nonhomogeneous initial conditions and study the differentiability of solutions for the Eqs. (3.9)—(3.10) established in [1].

Definition 4.7. $H(V)=H_0(V)\cap\{\hat{\mathbf{W}}_1(V)\times\hat{\mathbf{W}}_1(V)\times\hat{W}_1(V)\times\hat{\mathbf{W}}_1(V)\}$.

Definition 4.8. Let be $z\in G(V)$. We define the map $P(z):H_0(V)\to$ $\to H(V)$ so that $P(z)(\mathbf{v},\mathbf{w},R,\tau)=(\mathbf{u},\mathbf{v},\theta,R)$ where $(\mathbf{u},\theta)\in\hat{\mathbf{W}}_1(V)\times\hat{W}_1(V)$ is the weak solution of the system

$$
\begin{aligned}
&(k_{ij}\,\theta_{,j})_{,i}=dR+h\tau-a_{ij}\,v_{i,j}-\frac{\rho r}{\theta_0},\\
&(C_{ijkl}\,u_{k,l}+a_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta}))_{,j}=\rho w_i-\rho f_i
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

with boundary conditions [1, (3.10)].

Remark 4.3 [2]. $P(z)$ is well defined on $H_0(V)$ and is one to one, hence $P^{-1}(z)$ is a well-defined mapping of the range of $P(z)$ in $H(V)$ onto $H_0(V)$, and we have

$$\|P(z)\,\chi\|_{\mathbf{W}_1(V)\times\mathbf{W}_1(V)\times W_1(V)\times\mathbf{W}_1(V)}\leq c\{|\chi|_0+\|z\|_{\mathbf{W}_0(V)\times W_0(V)}\}.$$

Definition 4.9. Let $z_0,\ldots,z_{m-1}\in G(V)$. By $H_m(V;\,z_0,\ldots,z_{m-1})$ we denote the range of the map $P_m(z_0,\ldots,z_{m-1}):\ H_0(V)\to H(V)$, where $P_m(z_0,\ldots,z_{m-1})\equiv P(z_0)\circ\ldots\circ P_m(z_{m-1})$ [2]. Since $P(z)$ is one to one, so is $P_m(z_0,\ldots,z_{m-1})$. Thus $P_m^{-1}(z_0,\ldots,z_{m-1})$ is meaningful as a map of $H_m(V;\,z_0,\ldots,z_{m-1})$ onto $H_0(V)$. We writte $H_m(V)$ for $H_m(V;0,\ldots,0)$.

Let be $\chi\in H_m(V)$. We define $|\chi|_m\equiv|P_m^{-1}(0,\ldots,0)\,\chi|_0$. We have the following properties for $H_m(V)$ ([2], [3]):

Lemma 4.2. *For fixed* $z_i,\ z_i\in G(V)$, $(i=0,1,\ldots,m-1)$

1° $H_m(V;\,z_0,\ldots,z_{m-1})$ *is a complete metric space with distance function* $d_m(\chi,\chi')\equiv|\chi-\chi'|$.

2° $H_0(V) \supset H(V) \supset H_1(V;\ z_0) \supset \ldots \supset H_m(V;\ z_0, \ldots, z_{m-1})$ *set theoretically and topologically*; *for* $z_i = 0$, $(i = 0,\ 1, \ldots, m-1)$, $H_0(V) \supset H(V) \supset H_1(V) \supset \ldots \supset H_m(V)$ *algebrically and topologically. Moreover* $H_m(V;\ z_0, \ldots, z_{m-1})$ *is dense in* $H_r(V;\ z_0, \ldots, z_{r-1})$ *for* $r < m$ [2].

Theorem 4.3. *There exists a finite energy solution* $y = (\mathbf{u},\ \theta)$ *of* [1, (3.9), (3.10)] *in* Q_{t_0}, *with*

$$z = (f,\ r) \in C^{m-1}([0,\ t_0];\ G(V)), \qquad \overset{(m)}{z} \in L_1([0,\ t_0];\ G(V))$$

and initial conditions

$$\chi = (\mathbf{u}_0,\ \dot{\mathbf{u}}_0,\ T_0,\ \dot{T}_0) \in H_m(V;\ z(0), \ldots, \overset{(m-1)}{z}(0)), \qquad m = 0,\ 1, \ldots$$

Furthermore, y, *modified is necessary on a zero subset of* Q_{t_0}, *has the following properties* [2], [3]:

1° $(\mathbf{u},\ \dot{\mathbf{u}},\ \theta,\ \dot{\theta})(t) \in C^m([0,\ t_0];\ H_0(V))$ *and*

$$(\mathbf{u},\ \dot{\mathbf{u}},\ \theta,\ \dot{\theta})(0) = (\mathbf{u}_0,\ \dot{\mathbf{u}}_0,\ T_0,\ \dot{T}_0)$$

2° $(\overset{(k)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k+1)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k)}{\theta},\ \overset{(k+1)}{\theta})(t) \in H_{m-k}(V;\ \overset{(k)}{z}(t), \ldots, \overset{(m-1)}{z}(t))$, $k = 0,\ 1, \ldots, m$ *and* $t \in [0,\ t_0]$ *and*

$$(\overset{(k)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k+1)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k)}{\theta},\ \overset{(k+1)}{\theta})(t) = P_{m-k}(\overset{(k)}{z}(t), \ldots \overset{(m-1)}{z}(t))\ (\overset{(m)}{\mathbf{u}},\ \overset{(m+1)}{\mathbf{u}},\ \overset{(m)}{\theta},\ \overset{(m+1)}{\theta})(t) \tag{4.11}$$

3° $[\overset{(m)}{T}_{,t}] \in L_2(Q_{t_0})$.

4° *There exists a constant* $c > 0$, *depending only on* θ_0, ρ, d, α, h, *such that*

$$\left\{ |\ (\overset{(k)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k+1)}{\mathbf{u}},\ \overset{(k)}{\theta},\ \overset{(k+1)}{\theta})(t)\ |_0^2 + \int_v \int_0^t [(\alpha d - h)\ \overset{(k+1)_2}{\theta} + k_{ij}\ \overset{(k)}{\theta}_{,i}\ \overset{(k)}{\theta}_{,j}]\ \mathrm{d}x\ \mathrm{d}t \right\}^{1/2} \leqslant$$

$$\leqslant P_k^{-1}(z(0), \ldots, \overset{k-1)}{z}(0))\chi\ |_0 + c \int_0^t \| \overset{(k)}{z}(\tau) \|_{W_0(V) \times W_0(V)}\ \mathrm{d}\tau \tag{4.12}$$

for $k = 0,1, \ldots, m$ $t \in [0,\ t_0]$.

The proof of this theorem is like in [2] and [3] and we don't give it here.

In what follows we suppose that coefficients (constants) C_{ijkl}, a_{ij}, d, h, k_{ij}, ρ, α, are bounded in V.

Lemma 4.3 [2]. *Suppose* $z_k \in G(V) \cap \{\mathbf{W}_{m-k-1}(V) \times W_{m-k-1}(V)\}$, $k = 0,\ 1, \ldots, m-1$ *and* $\chi \in H_m(V;\ z_0, \ldots, z_{m-1})$, m *some positive integer,* $m \geqslant 1$. *If* V' *is any compact subset of* V, *then*

$$\chi \in \mathbf{W}_{m+1}(V') \times \mathbf{W}_m(V') \times W_{m+1}(V) \times W_m(V')$$

and there exist a constant $c_m > o$ *depending on* V' *and the coefficients, such that*

$$\| \chi \|_{W_{m+1}(V') \times W_m(V') \times W_{m+1}(V') \times W_m(V')} \leqslant c_m \left\{ | P_m^{-1}(z_0, \ldots, z_{m-1}) \chi |_0 + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{m-1} \| z_k \|_{W_{m-k-1}(V') \times W_{m-k-1}(V')} \right\}.$$

If $m > \left[\frac{n}{2}\right]$, χ can be embedded in

$$\mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]}(V') \times \mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-1}(V') \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]}(V') \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-1}(V')$$

and there exists a constant c_m' such that

$$\| \chi \|_{\mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]}(V') \times \mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-1}(V') \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]}(V') \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-1}(V')} \leqslant$$

$$\leqslant c_m' c \left\{ | P_m^{-1}(z_0, \ldots, z_{m-1}) \chi |_0 + \sum_{k=0}^{m-1} \| z_k \|_{W_{m-k-1}(V') \times W_{m-k-1}(V')} \right\}.$$

We have the fellowing theorem which establishes the differentiability of solution [2]:

Theorem 4.4. *Let* $y = (\mathbf{u}, \theta)$ *be the finite energy solution of* [1, (3.9)] *and* [1, (3.10)] *in* Q_{t_0} *with source* z, *such that for* $k = 0, 1, \ldots, m-1$

$$z(t) \in C^k([0, t_0]; G(V) \cap \{\mathbf{W}_{m-k-1} \times W_{m-k-1}(v')\}; \overset{(m)}{z}(t) \in L_1[0, t_0]; G(V))$$

and initial conditions $\chi \in H_m(V; \overset{(m-1)}{z}(0), \ldots, \overset{(m-1)}{z}(0))$. *Then*

$$(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \theta, \dot{\theta})(t) \in C^k([0, t_0]; \mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k}(V) \times \mathbf{C}^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k-1}(V) \times$$

$$\times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k}(V) \times \quad \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k-1}(V))$$

for $k = 0, 1, \ldots, m - \left[\frac{n}{2}\right] - 1$.

This Theorem establishes the conditions of classical solution of equations of generalized theory of linear thermoelasticity.

The Theorem 4.3 characterizes the solution in terms of the space H_m and the Theorem 4.4. establishes a connection between H_m and the space of differentiable functions.

Received January 30, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Departement of Theoretical Mechanics

REFERENCES

1. Rusu E., Bul. Inst. polit. Iași, XX (XXIV), *3—4*, s. IV, 7—14 (1974).
2. Dafermos C., Arch. Rat. Mech. Anal., **29**, 241—271 (1968).
3. Chiriță C., Bul. Acad R. S. R. (to apear).

ASUPRA EXISTENȚEI SOLUȚIEI ECUAȚIILOR TEORIEI GENERALIZATE A TERMOELASTICITĂȚII LINIARE

(Rezumat)

În [1] s-a dat o teoremă de existență a soluțiilor ecuațiilor teorici generalizate a termoelasticității lineare, stabilită de A. F. Green și A. Lindsay, în cazul condițiilor inițiale și la limită omogene, utilizînd metoda lui Dafermos.

În partea a doua a studiului, se enunță teorema de existență a soluțiilor pentru aceeași problemă, în cazul condițiilor inițiale neomogene.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
MECANICĂ TEHNICĂ
Secţia IV
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975

C.D. 536.7

UNE SOLUTION ANALYTIQUE POUR LA FONCTION DE COURANT DE LA COUCHE LIMITE THERMIQUE EN CONVECTION LIBRE [1])

PAR

PETRU GHENGHEA

1. Introduction de la fonction de courant dans le système d'équations différentielles

Le système d'équations différentielles à dérivées partielles en forme simplifiée, comprenant tout le phénomène en convection libre sur une plaque verticale chauffée dans l'air, est le suivant :

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta\vartheta+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0, \tag{2}$$

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}=a\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}. \tag{3}$$

On a noté ici par u et v les composantes des vitesses de l'air et la variation de température dans la couche limite thermique a été exprimée sous deux formes :

$$\vartheta=T-T_\infty, \quad \theta=\frac{T-T_\infty}{T_p-T_\infty},$$

où T_p est la température sur la surface de la plaque et T_∞ la température de l'air à une grande distance de la plaque (température au large).

Dans la fig. 1 on présente l'aspect physique du modèle de plaque verticale étudiée, avec le profil des lignes de courant et la variation de température.

---

[1]) Extrait de la thèse de doctorat de l'auteur intitulée „Utilisation des gaz d'échappement pour le chauffage des trains et contributions à l'étude de la couche limite thermique dans la convection libre sur une plaque verticale".

Les conditions à la limite posées aux bords extrêmes de la couche limite thermique sont :

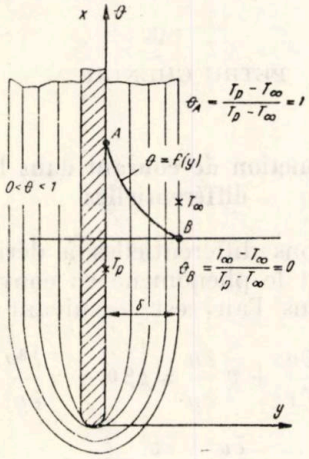
a) sur la plaque :

$$\theta = 1 \; ; \; u = v = 0 \quad \text{pour} \quad y = 0 \quad \text{et} \quad x > 0 \; ;$$

b) à une grande distance de la plaque (au large) :

$$\theta = 0 \; ; \quad u = v = 0 \; \text{pour} \; y = \infty \; \text{et} \; x > 0.$$

Le bord d'attaque de la plaque ($x = 0$) est excepté, le phénomène ne pouvant être controlé.



En convection libre sur une plaque chauffée, en admettant l'existence des lignes de courant, dans le cas du mouvement laminaire plan bidimensionnel, en partant de l'équation différentielle de la ligne de courant, on peut trouver une fonction $\psi(x, y)$ continue, limitée et uniforme, de manière à satisfaire la condition :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{4}$$

Par l'introduction de la fonction $\psi(x, y)$ dans le système d'équations (1) ... (3), ce dernier se réduit à deux équations seulement :

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \theta}{\partial y} = a\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = g\beta\vartheta + \nu\frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3}, \tag{6}$$

l'équation de continuité étant éliminée, care elle est vérifiée identiquement par la relation (4).

2. Détermination de la vitesse dans la couche limite thermique sur une plaque verticale chauffée

Ayant remarqué que sur une plaque verticale chauffée, le développement des phénomènes dynamiques et thermiques sur l'épaisseur de la couche limite dépend de la hauteur x de cette couche, on considère comme nouvelle variable un certain raport des variables initiales x et y.

Par l'introduction de ce rapport, le système d'équations sera exprimé ainsi en fonction d'une seule variable nouvelle.

On choisit le changement de variable le plus indiqué [4] en pareil cas :

$$\xi = C\frac{y}{x^{1/4}}, \tag{7}$$

$$C = \sqrt[4]{\frac{g(T_p - T_\infty)}{4\nu^2 T_\infty}}. \tag{8}$$

La nouvelle variable est une fonction $\xi(x, y)$, et les dérivées partielles seront :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{cy}{4x^{5/4}}, \qquad \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{c}{x^{1/4}}, \qquad \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0. \tag{9}$$

Cette substitution, n'est valable que dans le semi-plan supérieur afférent à la plaque, où $x > 0$, c'est a dire dans le domaine dans lequel la plaque existe.

De même, les deux fonctions ψ et θ des relations (5), (6) peuvent être rendues dépendantes de cette nouvelle variable ξ et par l'introduction d'une fonction ζ convenablement choisie [4] on peut écrire les expressions :

$$\zeta(\xi) = \frac{\psi(x, y)}{4\nu c x^{3/4}}, \tag{10}$$

$$\theta(\xi) = \theta(x, y). \tag{11}$$

On détermine d'abord les trois dérivées $\partial\theta/\partial x$, $\partial\theta/\partial y$, $\partial^2\theta/\partial y^2$, dont les expresions sont :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \theta}{\partial x} = \dfrac{\partial \theta}{\partial \xi}\dfrac{\partial \xi}{\partial x} = -\dfrac{\partial \theta}{\partial \xi}\dfrac{cy}{4x^{5/4}}, \\ \dfrac{\partial \theta}{\partial y} = \dfrac{\partial \theta}{\partial \xi}\dfrac{\partial \xi}{\partial y} = \dfrac{\partial \theta}{\partial \xi} c\, x^{-1/4}, \\ \dfrac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \dfrac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}\left(\dfrac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 + \dfrac{\partial \theta}{\partial \xi}\dfrac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \dfrac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} c^2 x^{-3/4}. \end{cases} \tag{12}$$

On détermine ensuite la série de dérivées de la fonction $\psi(x, y)$ dont les expressions seront :

$$(13)\quad \begin{cases} \psi(x,\ y) = 4\,\nu c x^{3/4}\,\zeta(\xi), \qquad u = \dfrac{\partial\psi}{\partial y} = 4\nu c^2 x^{1/2}\dfrac{\partial\zeta}{\partial\xi}, \\ v = -\dfrac{\partial\psi}{\partial x} = \nu c^2 x^{-1/4} y\dfrac{\partial\zeta}{\partial\xi} - 3\nu c x^{-1/4}\zeta(\xi), \quad \dfrac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} = 2\nu c^2 x^{-1/4}\dfrac{\partial\zeta}{\partial\xi} - \nu c^3 x^{-3/4} y\dfrac{\partial^2\zeta}{\partial\xi^2} \\ \dfrac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = 4\nu c^3 x^{1/4}\dfrac{\partial^2\zeta}{\partial\xi^2}, \qquad \dfrac{\partial^3\psi}{\partial y^3} = 4\nu c^4\dfrac{\partial^3\zeta}{\partial\xi^3}. \end{cases}$$

Des relations (13) de la série de dérivées, on peut sortir l'expression qui fournit la composante u de la vitesse de l'air le long de la plaque dans la direction verticale dirigée d'après l'axe Ox :

$$(14)\quad u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 4\nu c^2 x^{1/2}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}.$$

On constate ainsi que la vitesse ascensionnelle u de déplacement de l'air en convection libre sur une plaque verticale chauffée est proportionnelle à $x^{1/2}$, c'est à dire à la racine carrée de la distance du bord inférieur de la plaque.

Cette loi a pu être déterminée expérimentalement sur des modèles de plaques métalliques verticales chauffées électriquement situées dans l'air. Les pertes de chaleur à la surface de la plaque ont été rigoureusement contrôlées avec des appareils de mesure. Les essais ont été effectuée à l'Institut de Thermodynamique de Liège.

En ce qui concerne la dépendance de la vitesse ascensionnelle u de la hauteur x de la plaque, E. Eckert arrive au même résultat par une voie élégante, en partant d'une expression de la nature d'une conique bien choisie. De même, il obtient l'épaisseur de la couche limite thermique en fonction des nombres Prandtl et Grashoff en forme adimensionnelle :

$$\frac{\delta}{x} = 3{,}93\,(\mathcal{P}_K)^{-1/2}\,(0{,}952 + \mathcal{P}_K)^{1/4}\,(\mathcal{G}_K)^{-1/4}.$$

En introduisant toutes les dérivées partielles des fonctions $\theta(\xi)$ et $\psi(\xi)$ dans les équations (5), (6) et en faisant toutes les simplifications, on obtient le système sous la forme :

$$(15)\quad \frac{\lambda}{\rho g c_p}\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} + 3\nu\zeta(\xi)\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = 0,$$

$$(16)\quad \frac{\partial^3\zeta}{\partial\xi^3} + 3\,\zeta(\xi)\frac{\partial^2\zeta}{\partial\xi^2} - 2\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)^2 + \frac{\vartheta}{T_p - T_\infty} = 0.$$

En faisant les notations :

$$\mathcal{P}_K = \frac{\nu}{a}, \qquad \frac{\nu}{T_p - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty} = \theta,$$

le système d'équations (15), (16) acquiert la forme finale :

$$(17)\quad \frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+3\,\mathcal{P}_K\zeta(\xi)\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=0,\qquad (18)\quad \frac{\partial^3\zeta}{\partial\xi^3}+3\,\zeta(\xi)\frac{\partial^2\zeta}{\partial\xi^2}-2\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)+\theta(\xi)=0.$$

Ce système de deux équations différentielles avec une seule variable indépendante peut être intégré.

Les conditions à la limite initiales qui ont été établies antérieurement souffriront une transformation due au changement de variable (7) et à l'introduction des nouvelles fonctions.

Ainsi, en tenant compte de la série des dérivées donnée par les relations (13), les nouvelles conditions à la limite correspodant au système d'équations différentielles (17), (18), sera :

a) sur la plaque pour : $y=0$; $\xi=0$; $\theta=1$; donc, en conséquence : $\zeta=\zeta'=0$ (parce que sur la surface de la plaque les componsantes de la vitesse de l'air seront nulles, c'est à dire $u=v=0$) ;

b) à l'infini, en dehors de la couche limite (au large) :

$$y=\infty,\quad \xi=\infty,\quad \theta=0,\quad \zeta'=0,\quad \zeta''=0.$$

3. Intégration de l'équation différentielle du mouvement par une nouvelle voie analitique

Pour résoudre le système d'équations différentielles (17), (18) de la couche limite thermique, équations qui se rapportent à une plaque chauffée, E. Pohlhausen (4) se sert de la forme de la solution obtenue par H. Blasius sur l'équation du mouvement de la relation (18). Par des développements en séries de puissances et des calculs numériques laborieux, Blasius réussit à obtenir une représentation graphique de la fonction de courant et de ses premières deux dérivées.

Cette solution a pu être remplacée par un nouveau procédé qui est aussi d'approximation. On a pu trouver ainsi une expression analytique beaucoup plus simple, en utilisant la méthode d'approximation par fonctions rationnelles, comme rapport de deux polynômes.

En procédant par essais, on a réussi à composer une telle fonction après une longue série de vérifications. L'expression analytique obtenue par la nouvelle méthode a la forme :

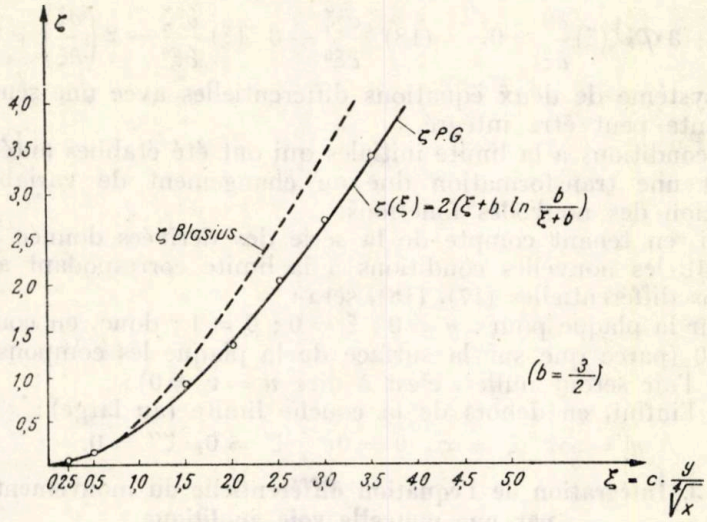
$$(19)\qquad \zeta_{P.G}(\xi)=2\left(\xi+b\ln\frac{b}{\xi+b}\right)$$

et elle satisfait les conditions à la limite imposées par la solution graphique calculée par H. Blasius.

Dans la fig. 2 on a mis en regard pour comparaison, les deux courbes obtenues par des voies différentes, de la fonction $\zeta(\xi)$.

On remarque que l'allure des courbes est la même et qu'elles ont aussi une zone de superposition qui est située dans le domaine utile de la variable indépendante. Il résulte que la nouvelle solution trouvée est très proche de la solution graphique de Blasius.

Dans le traitement théorique ultérieur du problème du transfert de chaleur sur une plaque chauffée située dans l'air, la fonction $\zeta_{P.G}(\xi)$ de la relation (18) pourra être introduite dans la solution formelle de l'équation différentielle de l'énergie donnée par E. Pohlhausen, pour obtenir un nouveau profil de température dans la couche limite thermique.



L'avantage de cette nouvelle solution de l'équation différentielle du mouvement obtenue par voie analytique est que l'on évite ainsi dans les calculs la voie ardue d'une intégration numérique par des développements en séries de puissances. Le plus souvent, ces développements ont le désavantage de mener à des expressions qui ne convergent pas de manière satisfaisante dans tout l'intervalle considéré de la variable indépendante.

La nouvelle méthode d'approximation proposée est satisfaisante pour tous les cas d'intérêt pratique. Elle est expéditive et facilite considérablement les calculs.

Reçue le 15 février 1972

Institut Polytechnique,
Bucharest

BIBLIOGRAPHIE

1. Eckert E., Soehngen E., *Interferometric Studies on Free Convection Heat Transfer.* US Airforce Tehn. Rep. *4748.*
2. Eckert E., *Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch.* Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New York, 1966.
3. Grigull U., *Wärmeübertragung in laminarer Strömung mit Reibungswärme.* Chemie-Ingenieur-Technik (1955).
4. Pohlhausen E., *Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung.* ZAMM, *1,* 115 (1921).
5. Schlichting H., *Grenzschicht-Theorie.* Verlag Braun — Karlsruhe, 1958.
6. Schmidt E., Beckmann W. *Das Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld von einer Wärme abgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion.* Forsch. Ing. Wes., *1,* 391 (1930).

O SOLUŢIE ANALITICĂ PENTRU FUNCŢIA DE CURENT DIN STRATUL LIMITĂ TERMIC, ÎN CONVECŢIA LIBERĂ

(Rezumat)

Soluţia lui H. Blasius a ecuaţiei diferenţiale a liniilor de curent, care utilizează dezvoltarea în serie de puteri, se înlocuieşte cu un procedeu de aproximare care permite obţinerea unei expresii analitice mai simple, folosind metoda de aproximare prin funcţii raţionale. Se elimină astfel integrarea numerică prin dezvoltări în serie de puteri.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 669.14

MODIFICĂRI ÎN STRUCTURA ŞI CARACTERISTICILE OŢELULUI RP/3 PRIN TRATAMENT LA TEMPERATURI SUB ZERO GRADE (I)

DE

GH. AILINCĂI, ADRIAN DIMA şi I. ALEXANDRU

1. Introducere

Se ştie că o particularitate a oţelurilor bogat aliate o constituie prezenţa în metal a unei apreciabile cantităţi de austenită reziduală, în urma unei căliri obişnuite, antrenînd scăderea proprietăţilor mecanice şi tehnologice. Pentru ridicarea şi uniformizarea proprietăţilor mecanice, după tratamentul de călire obişnuit, se impune aplicarea unei reveniri ciclice conducînd parţial austenita reziduală în martensită; acest lucru duce la creşterea duratei de tratament şi la ridicarea preţului de cost. Acestea se pot elimina prin aplicarea unui tratament sub zero grade, care permite eliminarea în bună măsură a austenitei reziduale (fig. 1).

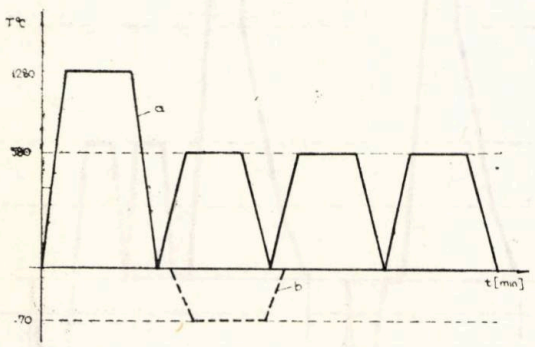


Fig. 1. — Ciclograma tratamentului termic: *a*) tratament termic clasic; *b*) tratament termic sub zero grade.

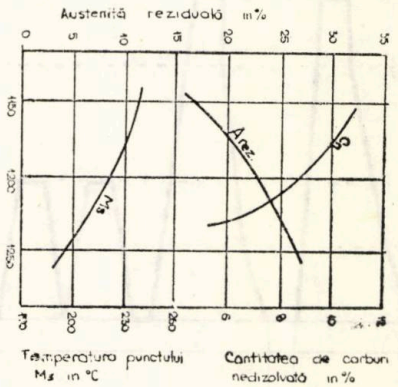


Fig. 2. — Influenţa temperaturii de călire asupra cantităţii de austenită reziduală, carburi nedizolvate şi poziţiei punctului M_s.

Literatura de specialitate arată că la oţelurile înalt aliate tendinţa de stabilitate a austenitei reziduale este foarte ridicată, astfel că, o menţinere chiar redusă la temperatura ambiantă, duce la o scădere însemnată a punctului de început de formare secundară a martensitei din austenita reziduală. Ca urmare, în asemenea condiţii, creşterea cantităţii de martensită este neînsemnată sau nulă prin coborîrea temperaturii sub zero grade. Temperatura de încălzire pentru călire influenţează puternic, în cazul oţelurilor înalt aliate, poziţia punctelor M_s şi M_f deci implicit gradul de stabilizare a austenitei reziduale, cantitatea acesteia precum şi cantitatea de carburi nedizolvate (fig. 2).

Călirea sub zero grade, răcind metalul călit clasic la temperaturi sub punctul M_f va conduce la transformarea austenitei reziduale în martensită, fără a mai fi necesar un nou consum de energie așa cum are loc la revenirea ciclică. Efectul acestui gen de călire asupra structurii și caracteristicile oțelului Rp 3, și care este diferența între datele obținute prin tratamentul clasic și tratamentul sub zero grade, sînt urmărite prin această lucrare.

2. Metodica de cercetare

Oțelul Rp 3 (STAS 7382-66) folosit, bare cu secțiune 16 × 25 mm, are compoziția chimică : 0,75% C; 0,3% Mn ; 0,28% Si ; 4,2% Cr ; 0,33% Mo ; 1,25% V ; 18,32% W ; 0,022% P ; 0,012% S. Din acest oțel s-au confecționat epruvete pentru determinarea caracteristicilor mecanice, pentru analizele metalografice și cuțite de strung în vederea stabilirii proprietăților tehnologice. Studiile s-au efectuat pe materiale tratate termic prin următoarele regimuri : *A* — recoacere (stare de livrare) ; *B* — călire obișnuită ; *C* — călire și revenire ciclică (cu două cicluri) ; *D* — călire obișnuită urmată după 5 min de o călire sub zero grade ; *E* — călire obișnuită, revenire cu două cicluri, urmată de un tratament de călire sub zero grade (fig. 3). Probele au fost călite simultan, de la 1 280°C, în ulei mineral, agitat.

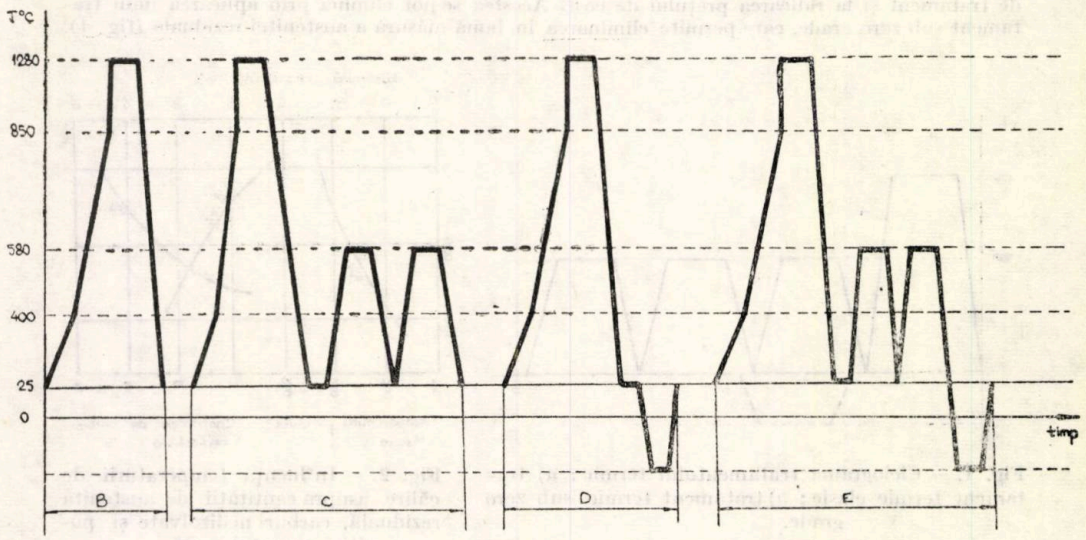


Fig. 3. — Diagrama ciclurilor termice aplicate.

Încălzirea materialelor s-a făcut în trei trepte, folosind băi de săruri. Timpul de menținere s-a ales conform literaturii de specialitate : pentru preîncălzire, 20 s pentru 1 mm grosime piesă, iar pentru încălzirea finală, 8 s pentru 1 mm grosime piesă. Pauza între sfîrșitul călirii obișnuite și aplicarea călirii sub zero grade s-a ales de 5 min pentru a se evita stabilizarea

austenitei reziduale. Revenirea probelor *C* și *E* s-a executat, de asemenea, simultan la temperatura de 580°C, cu o menținere de 45 min, urmată de răcire în aer cu o pauză între cele două cicluri de 5 min. Călirea sub zero grade s-a realizat într-un criostat, la temperatură de — 70°C. Încălzirea metalului în vederea călirii s-a făcut în băi de săruri topite electric, iar revenirea s-a făcut în cuptor electric vertical. Pentru răcire s-a folosit o baie de călire cu circulația continuă a uleiului la temperatura de 30°C. In-

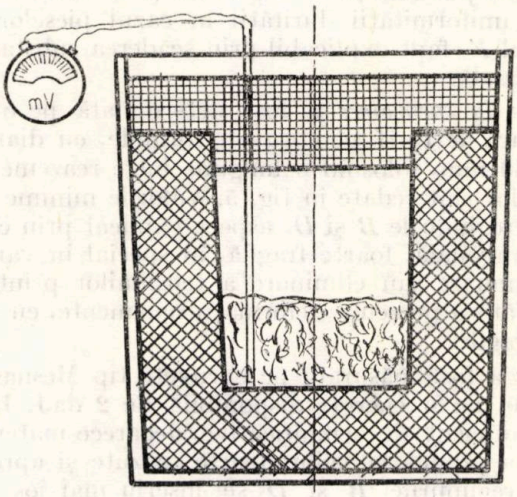


Fig. 4. — Criostat pentru experimentări.

stalația de răcire sub zero grade constă dintr-un criostat de construcție proprie (fig. 4), care poate realiza, prin folosirea diferiților agenți frigorifici, o scădere de temperatură pînă la — 195°C. În cadrul cercetărilor s-a folosit drept agent frigorific CO_2 solid (ghiața carbonică) în amestec cu acetona prin care s-a realizat temperatura de — 70°C. Timpul de menținere a epruvetelor în agentul frigorific a fost ales în funcție de dimensiunile epruvetelor ; astfel piesele cu o grosime mai mare de 10 mm s-au menținut 10 min, plus cîte un minut pentru fiecare mm ce depășește 10 mm. O menținere mai îndelungată nu conduce la creșterea cantității de austenită reziduală ce trece în martensită. Epruvetele cu secțiunea cea mai mare (probele metalografice, cuțitele de strung) au impus timpul de menținere de 30 min.

3. Datele experimentale

Încercările și analizele efectuate au reliefat următoarele aspecte :

a) Pentru măsurarea *durității*, suprafețele respective au fost rectificate pe o adîncime de 0,5 mm. Valorile durităților obținute pentru diferitele variante de tratament sînt cuprinse în fig. 5. Analizînd aceste valori se constată o creștere de peste 6 unități HRC în urma tratării oțelului după

regimurile *D* și *E* în raport cu oțelul călit numai la martensită (regim *B*), pe cînd după regimul clasic (*C*) s-a obținut o creștere de numai 3,7 unități convenționale HRC. Comparativ cu regimul *C*, care a durat 160 min, regimul *D*, cu o durată de 30 min, aduce un aport de duritate mai ridicat cu o însemnată economie de timp și fără consum suplimentar de energie. Și aplicarea regimului de tratament *E* a determinat aceeași creștere de duritate ca și regimul *D* (6 HRC), însă consumul de energie este același ca la regimul *C*, iar timpul consumat mai mare (190 min). Se observă, de asemenea, creșterea uniformității durității în cazul pieselor tratate după regimul *D* și regimul *E*, fapt explicabil prin scăderea substanțială a cantității de austenită reziduală.

b) *Rezistența la încovoiere* a fost determinată pe o presă universală tip VEB 50 tf, scara de 10 tf, pe epruvete rotunde, cu diametrul de 10 mm și lungimea de 130 mm, folosind o lungime între reazeme de 100 mm. Rezultatele încercărilor sînt redate în fig. 5. Valorile minime se găsesc la probele tratate după regimurile *B* și *D*, aspect explicat prin cantitatea ridicată de martensită tetragonală, foarte fragilă, în special în varianta *D*, care nu a suportat o diminuare sau eliminare a tensiunilor printr-o revenire. Ruperea s-a produs fără a prezenta deformații remanente, cu suprafețele caracteristice ruperii fragile.

c) *Reziliența* a fost măsurată pe epruvete tip Mesnager, pe un ciocan pendul tip MK 30, cu o energie disponibilă de 2 daJ. Rezultatele redate în fig. 5 nu sînt suficient de semnificative, deoarcce materialele fiind foarte fragile, ruperea s-a produs la valori foarte scăzute și apropiate; totuși rezultatele pentru regimurile *B* și *D* se înscriu mai jos decît cele din regimul *C*; cea mai ridicată reziliență o prezintă regimul *E*, cu toate că acest tratament a condus la o duritate maximă.

d) În vederea stabilirii *durabilității*, caracteristică foarte importantă în determinarea regimului optim de tratament termic, determinînd, în mare măsură, așchiabilitatea sculelor, s-a apelat la datele prezentate de literatura de specialitate, regimul de așchiere optim ales fiind păstrat constant pentru încercarea cuțitelor de strung tratate după cele 4 regimuri indicate. Regimul de așchiere folosit a fost: $s = 0{,}5$ mm/rot; $V = 40$ mm/min; $n = 76$ rot/min; $D_{piesă} = 165$ mm, iar parametrii geometrici ai cuțitelor: $\varkappa = 45°$; $\varkappa_1 = 15°$; $\alpha = 8°$; $\gamma = 5°$; $f = 0{,}2$ mm; $r = 1$ mm. Durabilitățile obținute sînt cuprinse în fig. 5, din care se observă că cele mai mari durabilități apar la regimul *D* și, mai ales, *E*.

e) *Starea tensională* a materialelor tratate prin cele patru regimuri diferite trebuie de asemenea discutată. Starea tensională cea mai ridicată se constată la materialele numai călite (regim *B* și, în mod deosebit, regimul *D*), la care au apărut crăpături în material. Aceste fisuri au apărut numai pe piesele rectificate (cuțitele de strung, probele metalografice) și considerăm că ele sînt amorsate de revenirea superficială, inevitabilă la rectificare, cu care ocazie se produc în stratul superficial transformări cu apariția unor noi tensiuni ce pot constitui amorse de fisuri. Legat de aceste aspecte, apare ca mai avantajos, cu toată durata mare de execuție, regimul *E*, care aduce același aport în creșterea durității ca și regimul *D*, o durabi-

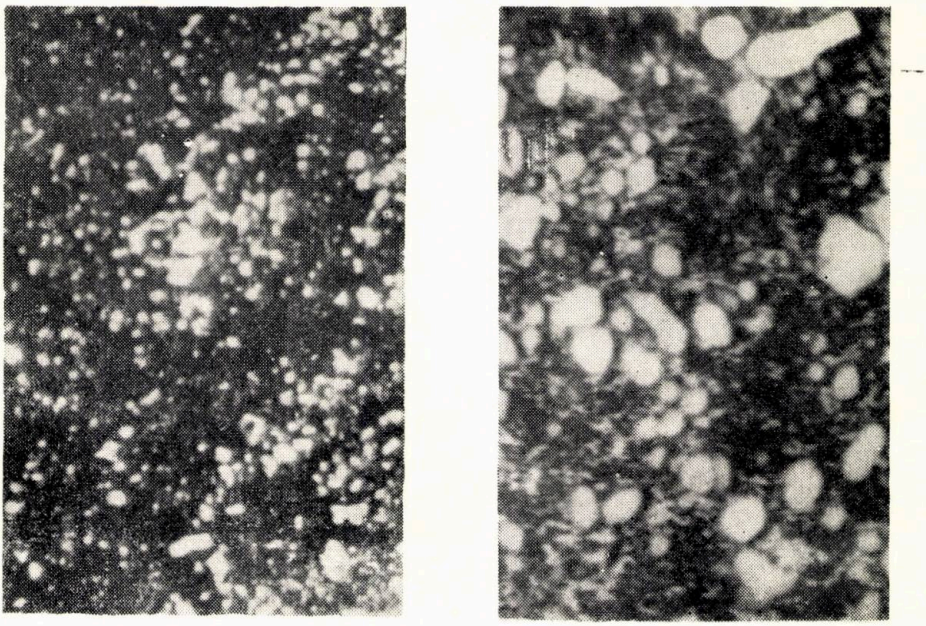


Fig. 6. — Microstructura probelor regim *A*; atac: nital 2%; *a*) 500 : 1; *b*) 1 800 : 1.

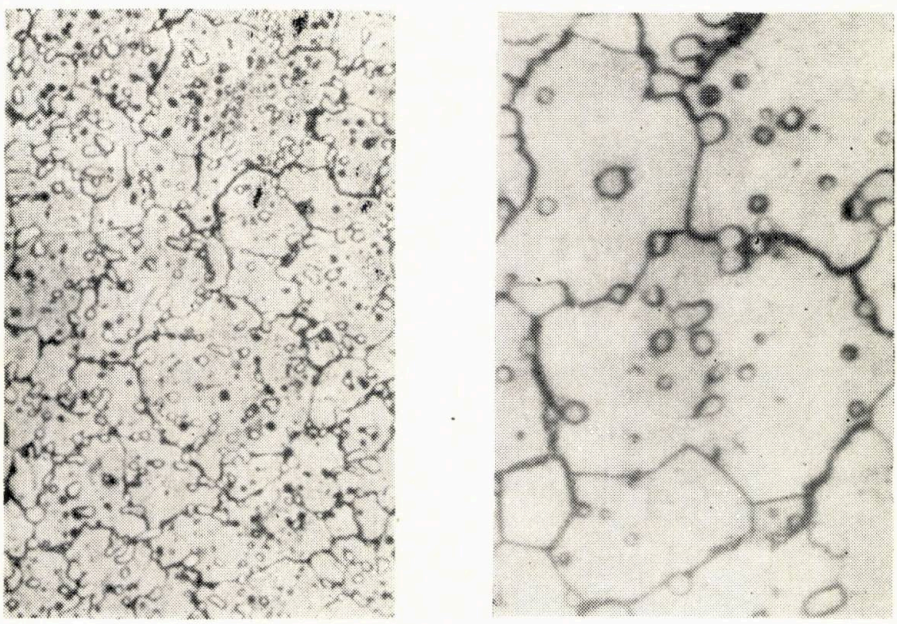


Fig. 7. — Microstructura probelor regim *B*; atac: nital 2%; *a*) 500 : 1; *b*) 1 800 : 1.

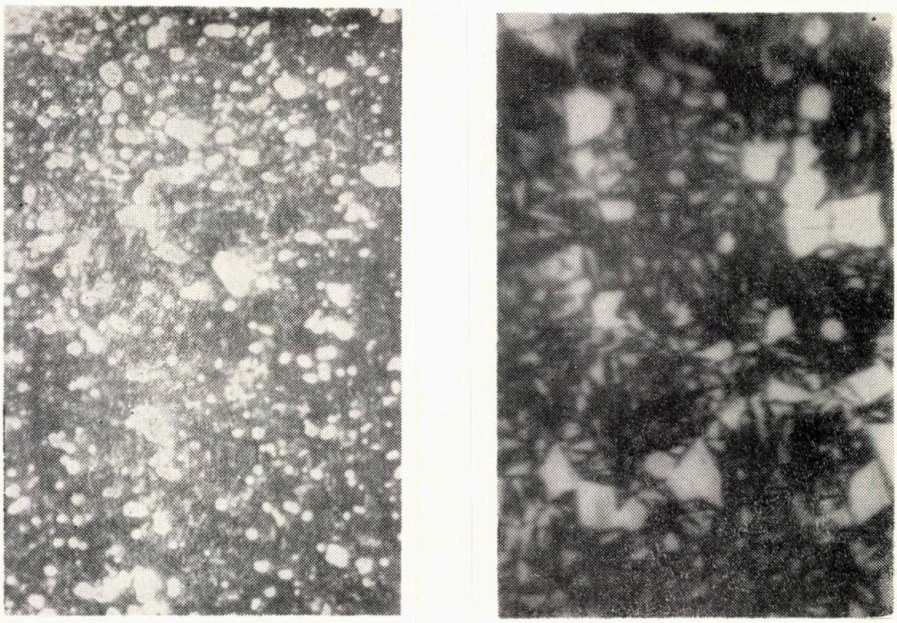


Fig. 8. — Microstructura probelor regim *C* ; atac : nital 2% ; *a*) 500 : 1 ; *b*) 1 800 : 1.

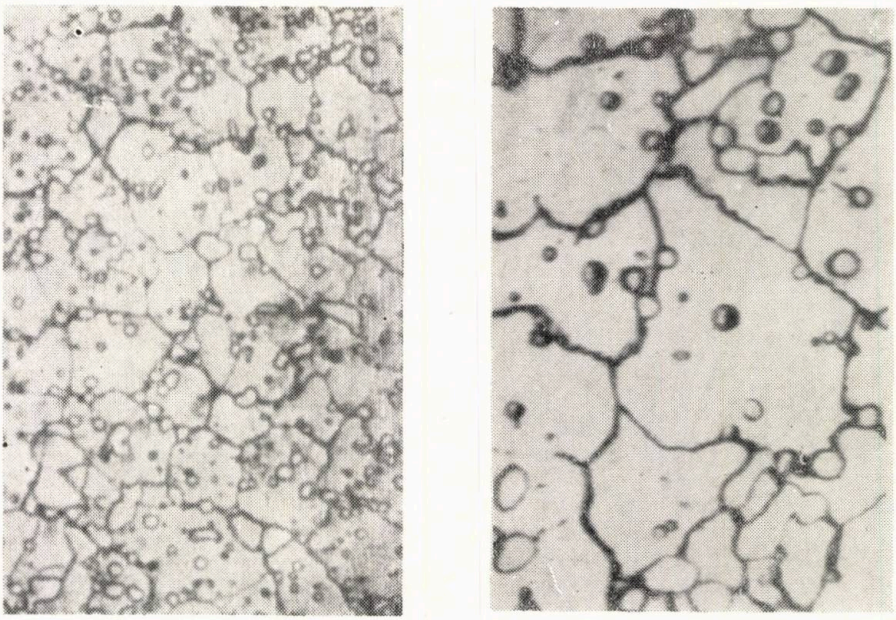


Fig. 9. — Microstructura probelor regim *D* ; atac : nital 2% ; *a*) 500 : 1 ; *b*) 1 800 : 1.

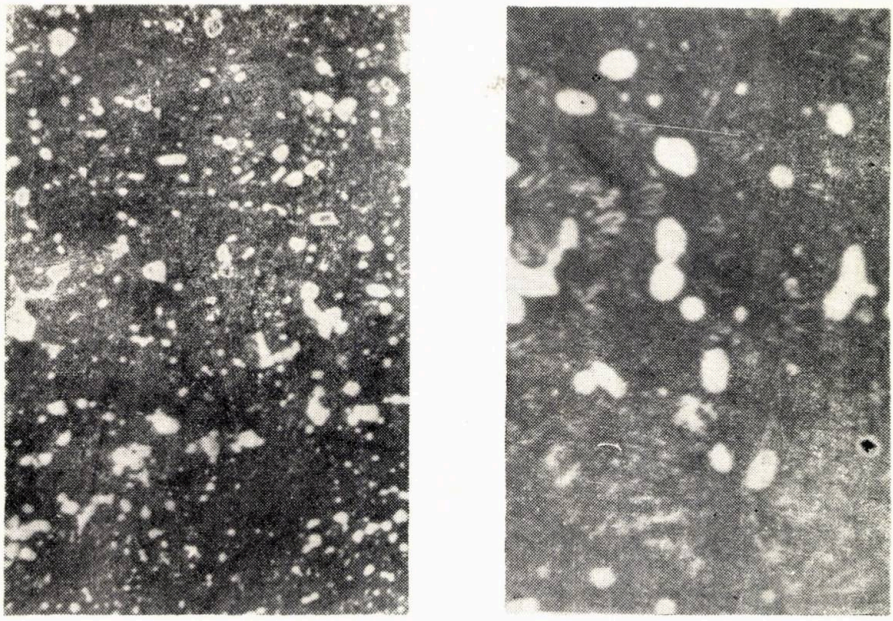


Fig. 10. — Microstructura probelor regim *E*; atac: nital 2%; *a*) 500 : 1; *b*) 1 800 : 1.

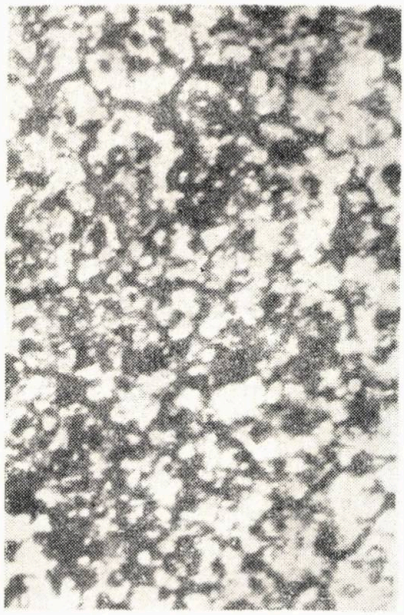


Fig. 11. — Microstructura probelor regim *B*; atac: persulfat de amoniu în apă; 500 : 1.

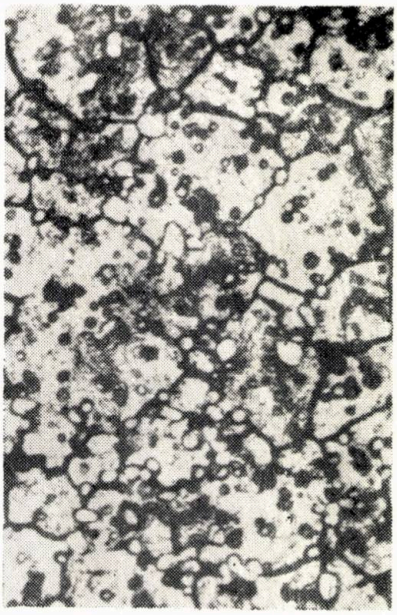


Fig. 12. — Microstructura probelor regim *D*; atac persulfat de amoniu în apă; 500 : 1

litate de asemenea mai ridicată, dar la care, prin revenirea cuprinsă în ciclul de tratare, se diminuează substanţial valoarea tensiunilor.

f) *Analiza structurală* s-a efectuat pe probe cu dimensiunile 20 ×25 × ×16 mm, rectificate după tratamentul termic; atac nital 2%; grosisment 500 : 1. Starea *A*, structură specifică de recoacere: carburi numeroase, ledeburitice şi secundare, neuniforme ca mărime şi distribuţie, distribuite pe un cîmp de ferită, fig. 6 *a* şi *b*. Starea *B*, structură de oţel rapid călit

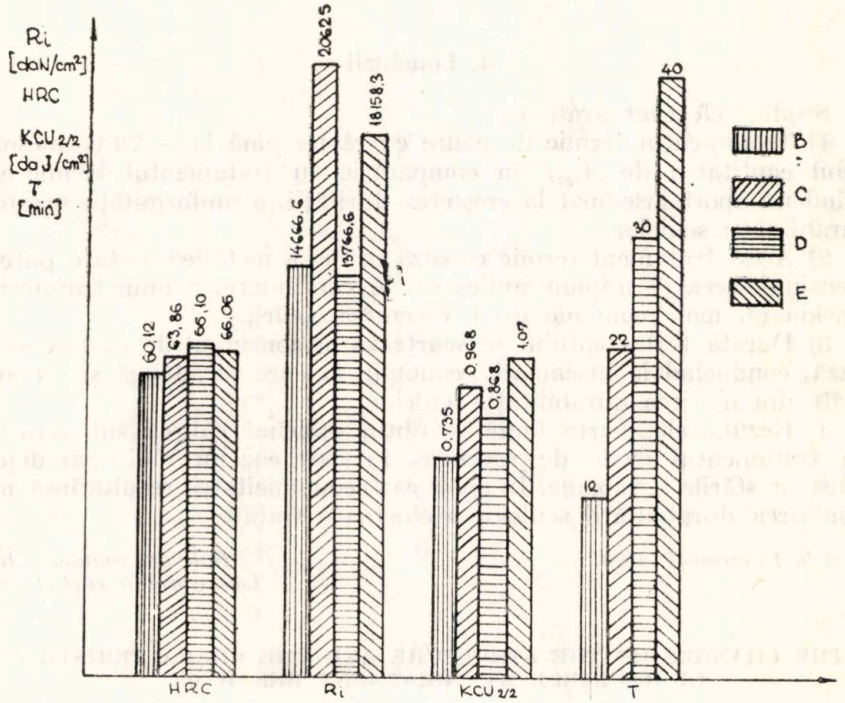


Fig. 5. — Variaţia proprietăţilor mecanice (HRC, Ri, KCU) şi a durabilităţii după diferite regimuri de tratamente termice.

corect la martensită, fig. 7 *a* şi *b*; în limitele foştilor grăunţi de *A*, se află *M* tetragonală şi A_{rez}; carburile, primare şi secundare, situate în interiorul grăunţilor şi la limita lor, s-au redus ca număr. Starea *C*, carburi primare şi secundare repartizate uniform într-un cîmp de *M* foarte fină (criptocristalină) şi de A_{rez}, fig. 8 *a* şi *b*; reţeaua poliedrică a dispărut, iar cantitatea de carburi secundare s-a mărit ca urmare a precipitării produse la revenire. Starea *D*, arată o structură similară cu cea de la starea *B*, fig. 9 *a*, *b*. Continuarea răcirii pînă la — 70°C, nu a produs nici o modificare în ceea ce priveşte carburile, distribuţia şi cantitatea lor şi nici asupra limitelor fostului grăunte de austenită (fig. 7 şi 9). Starea *E*, o structură cu carburi fine, similare celor de la regimul *C*, pe un fond de austenită reziduală şi martensită, fig. 10 *a*, *b*; şi în acest caz reţeaua poliedrică a dis-

părut. În urma atacului cu nital 2% a probelor *B* și *D*, nu s-a putut diferenția, în interiorul grăunților poliedrici, martensita de austenita reziduală. Pentru a se pune în evidență efectul tratamentului termic sub zero grade asupra micșorării cantității de A_{rez} s-a executat pentru probele *D* și *E* un atac cu persulfat de amoniu (10 g în 10 ml apă) STAS 4203/63, fig. 11 și 12, în care caz A_{rez} s-a atacat căpătînd o nuanță închisă. Se observă că la probele *D* cantitatea de A_{rez} este mult micșorată în raport cu probele *B*, cantitatea de carburi rămînînd aceeași.

4. Concluzii

Studiul efectuat arată că :

1) Tratamentul termic de călire cu răcire pînă la — 70°C micșorează sensibil cantitatea de A_{rez}, în comparație cu tratamentul termic clasic, aducînd un aport însemnat la creșterea durității, a uniformității acesteia și a durabilității sculelor.

2) Acest tratament termic creează în masa metalică o stare puternică de tensiuni, ceea ce impune aplicarea, în continuare, a unui tratament de detensionare, mai economic decît revenirea ciclică.

3) Durata tratamentului se scurtează și consumul de energie se micșorează, conducînd la însemnate economii, la care se adaugă și economiile izvorîte din mărirea durabilității sculelor.

4) Rezultatele foarte bune se obțin aplicînd călirea sub zero grade după tratamentul ciclic de revenire, în care caz nu mai apar defectele produse de stările tensionale. În acest caz economicitatea rezultă însă numai din mărirea durabilității sculelor așchietoare tratate.

Primită la 10 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de studiul metalelor

THE CHANGES OF THE STRUCTURE AND THE CHARACTERISTICS OF Rp3 STEEL AT TREATMENT BELOW 0°C

(Summary)

This paper establishes the changes which take place in the structure of high-speed tool steel (Rp 3) of natic manufacturing and the influence of the transformations in the mechanical and technological specific features after the treatment below 0°C. It is considered that an application of a — 70°C cooling after a clasical hardening or a tempering cycle drives to a sensible drop in the residual austenite, giving an increasing of the hardness, an uniformity of this and of the durability of tools.

The treatment below 0°C gives an accentuated tensile state in the metalical mass ofthe hardening steel, which implies a stress-treatment, more economical then the clasical tempering, because the total time of the treatment is shorter. Although, the economic aspect wins from the substantial increasing of the durability of tools. Good results are obtaind too, by using the hardening cycle-tempering cycle-hardening below 0°C, so the tensil states are eliminated but the economy results only from the increasing of durability of tools and the diminishing of the wastes resulted in the treatment.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.822.5

FENOMENE DE DETERIORARE SPECIFICE LA RULMENŢII CU MIŞCARE OSCILANTĂ

DE

LIVIU HOSTIUC

1. Introducere

În lucrările [3], [4] s-a subliniat necesitatea efectuării unor încercări experimentale de durabilitate a rulmenţilor cu mişcare oscilantă la care alunecarea coliviei este nulă, adică oscilaţia corpurilor de rulare se face în jurul aceloraşi poziţii medii. Acest caz este cel mai dezavantajos pentru durabilitatea rulmentului, deoarece nu toate corpurile de rulare participă la preluarea încărcării exterioare şi de aceea se impune, cu prioritate, precizarea metodei şi ipotezelor de calcul ale capacităţii portante în acest caz de funcţionare.

În continuarea cercetărilor anterioare, prezenta lucrare anunţă o parte din rezultatele încercărilor experimentale efectuate pe rulmenţi radiali cu mişcare de oscilaţie, la care alunecarea coliviei este nulă, şi anume analiza fenomenelor de deteriorare specifice funcţionării acestor rulmenţi. Aprecierile cantitative rezultate din această analiză sînt puse în legătură cu cercetările teoretice din [3].

2. Utilaj

Încercările experimentale au fost efectuate pe patru maşini de încercat rulmenţi radiali cu mişcare oscilantă, de acelaşi tip, cu patru posturi de lucru fiecare, proiectate şi executate special în acest scop.

În fig. 1 este prezentată schema cinematică a maşinii de încercat; mişcarea de rotaţie produsă de electromotorul *1* este transmisă prin curelele trapezoidale *2* la arborele *3* al unui lagăr pe rulmenţi *4*; pe capătul în formă de flanşă al acestui arbore este prins cu şuruburile *5* discul *6* care are rol de volant şi de manivelă pentru un mecanism patrulater ce transformă mişcarea de rotaţie în mişcare de oscilaţie; acest mecanism este compus din discul *6*, biela *7* şi balansierul *8*, care este montat pe arborele principal *9* al dispozitivului de încercare *10*; pe arborele oscilant al dispozitivului *10* sînt montaţi cei 4 rulmenţi de încercat ce primesc sarcina de încărcare pur radială de la un sistem de încărcare hidrostatic, acţionat cu o pompă de mînă.

Față de construcțiile similare existente [2], mașina de încercat descrisă mai sus prezintă soluții originale ce fac obiectul a două invenții: brevet R.S.R. nr. 57110 — dispozitivul de încărcare și brevet R.S.R. nr. 57451 — dispozitivul de acționare. Aceste soluții originale au permis atingerea unor performanțe ridicate: frecvență maximă: 750 oscilații/minut, gama unghiului de oscilație: 27 poziții (de la 2° la 75°), numărul tipodimensiunilor de rulmenți ce pot fi încercați: 36 tipuri de rulmenți radiali cu bile și 37 tipuri de rulmenți cu role cilindrice; sarcina maximă pe un rulment de încercat: 50000 N.

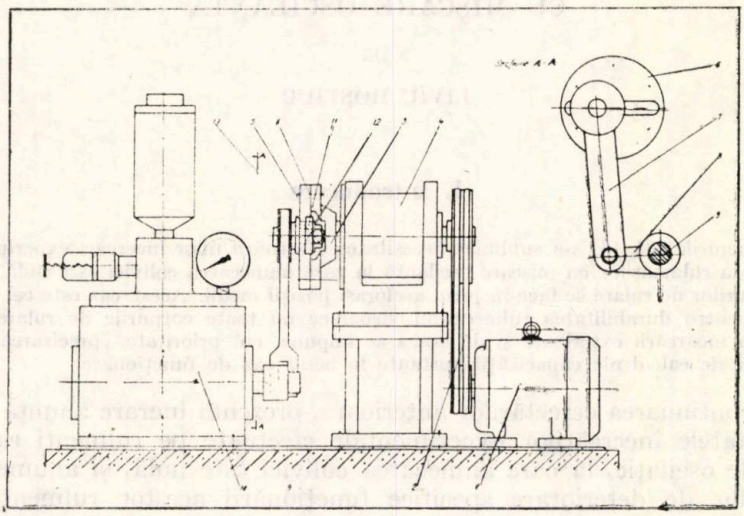


Fig. 1. — Schema cinematică a mașinii de încercat

Momentul apariției fenomenului pitting pe unul din rulmenții ce se încearcă este sesizat de manometrul sistemului de încărcare: acul manometrului capătă o mică oscilație în jurul poziției sale normale. Mișcarea de oscilație armonică sau nearmonică se realizează prin variația poziției cuplelor fixate la batiu din mecanismul patrulater al dispozitivului de acționare.

3. Programul de încercare

3.1. *Rulmenți.* Pentru încercări s-au folosit 200 rulmenți radiali cu bile tip 6207-STAS 3041-68, produși de Uzina „Rulmentul" din Brașov și 100 rulmenți radiali cu role cilindrice tip NJ 206-STAS 6288-68, produși de Întreprinderea de rulmenți din Bîrlad. S-au ales aceste tipodimensiuni, deoarece sînt rulmenți mijlocii cu destinație generală.

Rulmenții încercați — în total 9 loturi a 20 bucăți fiecare de rulmenți cu bile și 4 loturi a 16 bucăți fiecare de rulmenți cu role cilindrice, au fost executați în condiții identice, din aceeași șarjă de oțel (RUL 2—STAS

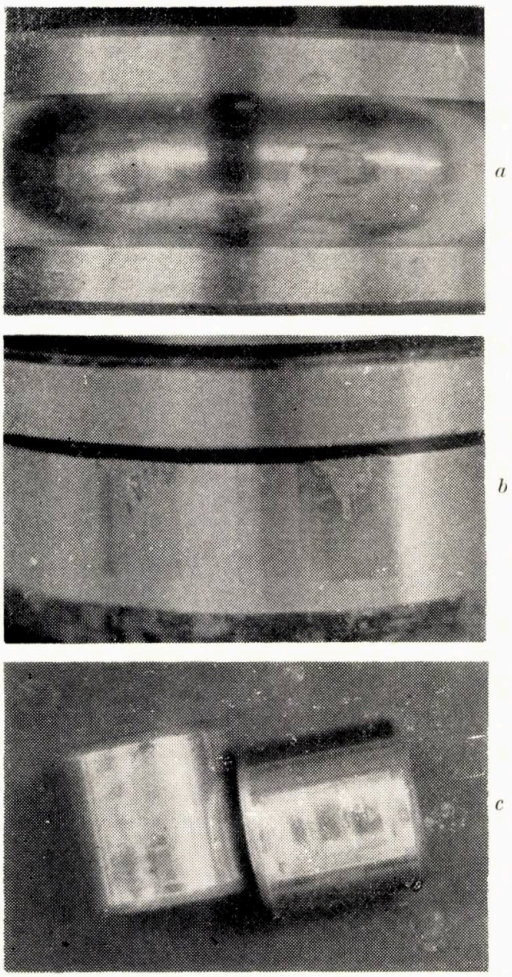


Fig. 2. — Elemente de rulmenți deteriorate prin pitting în timpul încercărilor : *a*) inel interior rulment cu bile ; *b*) inel interior rulment cu role cilindrice ; *c*) role cilindrice.

1456-61) şi separaţi din producţia curentă a celor două uzine, deci fără a se impune pretenţii suplimentare de calitate. Precizia dimensională şi de rotire se încadrează în limitele clasei de precizie PO şi jocul radial corespunde clasei „normal", STAS 7115-64.

3.2. *Sarcina de încărcare.* Pentru toate loturile încercate sarcina de încărcare a fost constantă, pur radială şi nu a depăşit 70% din capacitatea portantă statică a rulmentului respectiv.

3.3 *Parametrii mişcării de oscilaţie*: a) unghiurile de oscilaţie ale arborelui prinicpal, pentru loturile de rulmenţi cu bile au fost de 48°, 27°, şi 14°; pentru loturile de rulmenţi cu role cilindrice s-a ales o singură valoare: 14°; b) frecvenţa mişcării de oscilaţie: 700 oscilaţii/minut, aceeaşi pentru toate loturile încercate; c) mişcarea de oscilaţie armonică a rezultat din construcţia mecanismului patrulater al dispozitivului de acţionare; d) acceleraţia maximă a mişcării de oscilaţie corespunzătoare celor 3 unghiuri de oscilaţie: 48°, 27°, 14° a fost, respectiv, de: 2687, 1310 şi 545 rad/s^2.

3.4. *Lubrifiant şi temperatură de funcţionare.* La încercarea tuturor loturilor de rulmenţi s-a utilizat uleiul M 30 — STAS 751-72, ulei frecvent întrebuinţat pentru ungerea rulmenţilor. Uleiul a fost schimbat periodic la 500 ore de funcţionare pentru a evita fenomenul de contaminare.

Temperatura de funcţionare, măsurtă pe inelul interior, a fost de (27 $\pm$ $\pm$ 2)°C, menţinută constantă prin sistemul de răcire al maşinilor de încercat.

4. Analiza fenomenelor de deteriorare

Încercările efectuate fac parte din categoria încercărilor „totale" [1], încercări care stabilesc durabilitatea reală a rulmenţilor din lot, pînă la distrugerea lor. Încercările s-au efectuat cu inelul interior oscilant şi cu inel exterior fix — pentru toate loturile, în concordanţă cu cercetările teoretice [3], [4].

Pe rulmenţii din loturile încercate au fost urmărite fenomenele de deteriorare care au provocat ieşirea din funcţionare a acestora.

S-au stabilit următoarele categorii de deteriorări.

A. *Fenomene de oboseală a suprafeţelor portante*: pitting pe calea de rulare a inelului interior (PII), şi exterior (PIE); pitting pe bilă (PB); pitting pe rolă (PR).

B. *Fenomene apreciate ca accidente*: greşeli de montaj (MG); corpuri de rulare ovalizate (CRO).

În tabelul 1 este prezentată analiza cantitativă a fenomenelor de deteriorare macroscopice rezultate în urma încercărilor, iar în fig. 2 se prezintă, spre exemplificare, cîteva elemente de rulmenţi deteriorate prin pitting.

Tabelul 1

Analiza fenomenelor de deterioare obținute în urma încercărilor

Nr. lot	Total rulmenți deteriorați din lot	Rulmenți deteriorați prin pitting. (buc.)	Deteriorări prin pitting						Total deteriorări prin pitting	Rulmenți „accident"			
			PII		PIE		PB sau PR			MG	CRO	Total	
			buc.	%	buc.	%	buc.	%		buc	buc	buc	% din col. 2
Rulmenți cu bile 6207													
1	11	10	5	45,4	4	36,3	2	18,3	11	—	1	1	9,1
2	10	8	3	37,5	3	37,5	2	25,0	8	2	—	2	20,0
3	7	7	2	25,0	4	50,0	2	25,0	8	—	—	—	—
4	9	7	3	42,8	3	42,8	1	14,4	7	2	—	2	22,2
5	10	7	2	28,5	3	43,0	2	28,5	7	2	1	3	30,0
6	9	7	4	57,0	1	14,5	2	28,5	7	2	—	2	22,2
7	9	8	4	44,4	3	33,3	2	22,3	9	—	1	1	11,1
8	9	7	3	42,8	2	28,5	2	28,5	7	1	1	2	22,2
9	9	7	4	50,0	3	37,5	1	12,5	8	2	—	2	22,2
Total	83	68	30	41,6	26	36,1	16	22,3	72	11	4	15	18,1
Rulmenți cu role cilindrice NJ 206													
10	6	6	3	43,0	2	28,5	2	28,5	7	—	—	—	—
11	6	6	4	57,25	2	28,5	1	14,25	7	—	—	—	—
12	7	6	4	66,6	2	33,3	0	0	6	1	—	1	14,25
13	8	6	3	50,0	2	33,3	1	16,7	6	1	1	2	25
Total	27	36	14	53,8	8	30,8	4	15,4	26	2	1	3	11,1

5. Concluzii

1. Fenomenul de deteriorare specific funcționării rulmenților radiali cu mișcare oscilantă, la care alunecarea unghiulară a coliviei este nulă, este oboseală de contact (pitting) a suprafețelor solicitate în contact de rostogolire.

2. Frecvența apariției fenomenului pitting pentru elementele de rulment deteriorate se prezintă în ordinea : inel interior, inel exterior, corp de rulare, pentru ambele tipuri de rulment încercate.

3. La nici un lot încercat nu au apărut deteriorări prin coroziune de fretare, ceea ce infirmă unele afirmații din literatură [1].

4. S-a semnalat fenomenul pitting pe corpurile de rulare portante la toate loturile încercate, ceea ce confirmă ipoteza avansată în [4].

5. În [3] s-a propus o relație pentru sarcina medie a epurei convenționale de calcul a elementelor rulmentului radial cu mișcare oscilantă (rel.

(6)); determinarea indicilor w_j este pusă în legătură cu procentajele de deteriorare prin pitting β_j ale elementelor de rulment, determinate prin încercări experimentale.

Din tabelul 1 rezultă pentru

a) rulmenţi cu bile : $\beta_i = 0{,}416$, $\beta_e = 0{,}361$, $\beta_k = 0{,}225$;

b) rulmenţi cu role cilindrice : $\beta_i = 0{,}538$, $\beta_e = 0{,}308$, $\beta_k = 0{,}154$.

Rezolvînd sistemul (7) din [3], cu $w = 5$, determinat de asemenea prin încercări ($w = pe$), rezultă valorile indicilor w_j :

a) rulmenţi cu bile : $w_i = 3{,}86$, $w_e = 4{,}44$, $w_k = 7{,}20$;

b) rulmenţi cu role cilindrice : $w_i = 2{,}74$, $w_e = 4{,}78$; $w_k = 9{,}57$.

Primită la 1 aprilie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Harris T. A., *Rolling Bearing Analysis.* John Willey & Sons, Inc., New York, 1966.
2. Rumbarger J. H., Jones A. B., *Dynamic Capacity of Oscillating Rolling Element Bearings.* Trans. of the ASME, J. of Lubrication Technology, **90**, series F, *1* (1968).
3. Hostiuc L., *Unghiul de portanţă dinamic la rulmenţii radiali cu mişcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XX (XXIV)**, *1—2*, s. IV (1974).
4. Hostiuc L., *Precizări noi asupra relaţiei sarcină-durabilitate la rulmenţii cu mişcare oscilantă.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).

SPECIFIC DAMAGE PHENOMENA IN ROLLING BEARINGS UNDER OSCILLATING MOTION

(Summary)

Some of the fatigue life results obtained with 13 populations of radial rolling bearings under oscillating motion are presented with emphasis on quantitative analysis of da mage phenomena.

A correlation with theoretical studies reported in [3] is performed in order to determine the exponents in the formula for the mean conventional load on the elements of a rolling bearing under oscillating motion.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 521.9.01

INFLUENȚA VITEZEI DE DURIFICARE CU BILE ASUPRA MICRODURITĂȚII STRATULUI SUPERFICIAL

DE

C. PICOȘ, ADRIAN CIRILLO, V. BRAHA, DRAGOȘ PARASCHIV
și M. GRAMATICU

1. Considerații generale

Prin cercetările experimentale întreprinse pînă în prezent s-a urmărit: influența forței și avansului de rulare asupra gradului de ecruisare, adîncimii stratului superficial și rugozității de suprafață; influența durificării stratului superficial prin rulare cu bile asupra uzurii, rezistenței la oboseală și rezistenței la coroziune, și influența regimului termic de funcționare al pieselor asupra stratului durificat prin rulare cu bile.

2. Scopul și modul de lucru

Lucrarea își propune să studieze modul în care microduritatea stratului superficial este influențată de viteza de durificare la diferite forțe de rulare. Epruvetele cilindrice din OLC 45 cu diametrul de 25 mm, au fost supuse rulării pe un strung SN-400, dispozitivul de rulare fiind prins în sistemul port-sculă. Ca organ de lucru se utilizează bile de rulmenți montate în dispozitiv [1].

Valorile vitezei de rulare de 1, 5, 10, 24, 38, 48, 61, 75, 94 și 118 m/min, s-au obținut prin modificarea turațiilor epruvetelor; curbele de variație a microdurității corespunzătoare acestor viteze sînt notate în grafice cu cifre de la 1 la 10. S-a utilizat un avans de rulare de 0,1 mm/rot și o forță de rulare P de 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160 daN. După rulare epruvetele au fost lustruite în secțiune transversală și atacate pentru punerea în evidență a constituienților structurali.

Măsurătorile s-au efectuat cu microdurimetrul PMT-3, cu sarcina de 100 g, valorile din grafice fiind media artimetică a patru măsurători diametrale (fig. 1 ... 7).

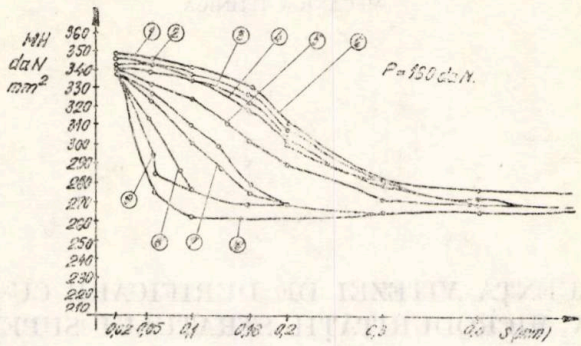


Fig. 1. — Variaţia microdurităţii pentru diferite viteze de rulare, la o forţă de 160 daN.

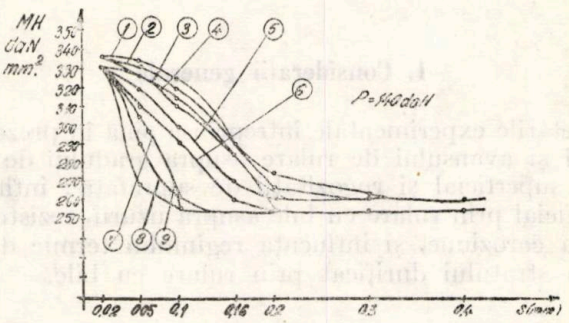


Fig. 2. — Variaţia microdurităţii pentru diferite viteze de rulare, la o forţă de 140 daN.

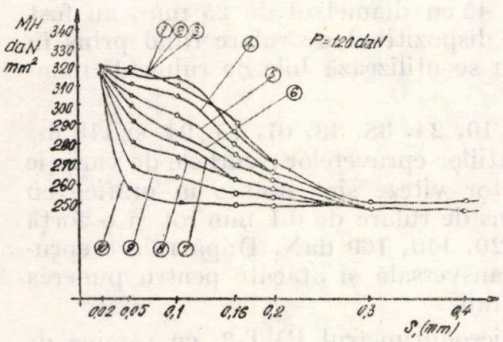


Fig. 3. —Variaţia microdurităţii pentru diferite viteze de rulare, la o forţă de 120 daN.

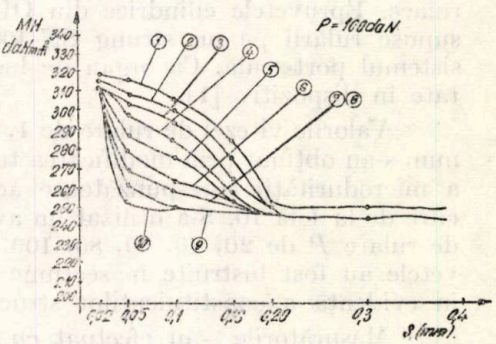


Fig. 4. —Variaţia microdurităţii pentru diferite viteze de rulare, la o forţă de 100 daN.

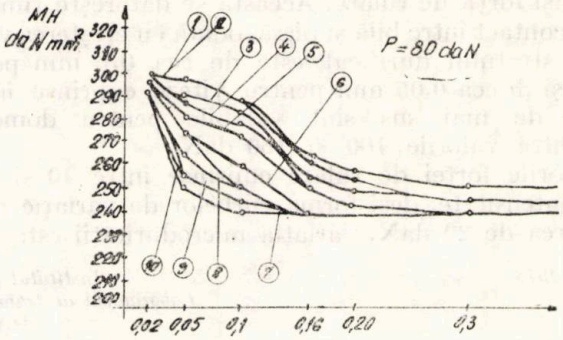


Fig. 5. — Variația microdurității pentru diferite vteze de rulare, la o forță de 80 daN.

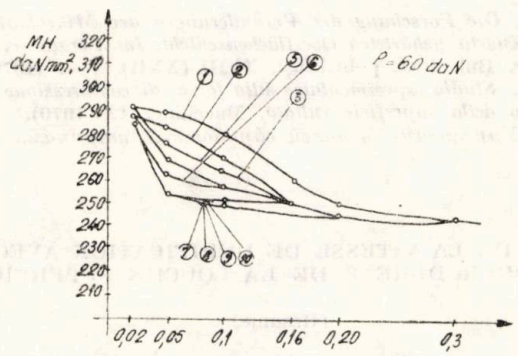


Fig. 6. — Variația microdurității pentru diferite vitete de rulare, la o forță de 60 daN

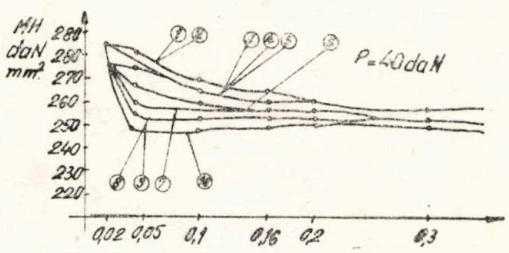


Fig.7. — Variația microdurității pentru diferite viteze de rulare, la o forță de 40 daN.

3. Concluzii

Analog cercetărilor anterioare se confirmă că microduritatea stratului superficial crește odată cu creșterea forței de rulare, variația vitezei de rulare în sensul creșterii ei, atrage după sine o micșorare a grosimii stratului

durificat la aceeași forță de rulare. Aceasta se datorește timpului din ce în ce mai scăzut de contact între bilă și piesă, odată cu creșterea vitezei de rulare.

Adîncimea stratului durificat este de cca 0,1 mm pentru viteze de la 1 la 38 m/min și de cca 0,05 mm pentru viteze cuprinse între 38 și 118 m/min. Valorile de mai sus sînt valabile pentru domeniul forței de rulare cuprins între valorile 100 și 160 daN.

Pentru valorile forței de rulare cuprinse între 40 și 100 daN, fenomenul scade în intensitate, deși forma curbelor de variație rămîne aceeași, iar pentru valoarea de 20 daN, variația microdurității este neglijabilă.

Primită la 10 iunie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de tehnologia construcțiilor de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Picoș C. u. M., *Die Forschung der Veränderungen der Mikrohärte der durch Einwalzen mit Kugeln gehärteten Oberflächenschicht, im Verhältnis zu der Erwärmungstemperatur.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2* (1972).
2. Pacagnella R., *Studio esperimentale sulla forza di compressione rullo-pesso e sull'incrudimento della superficie rullata.* Macchine, *12* (1970).
3. Папшев Д. Д., *Упрочнение деталей обработкой шариками.* Машиностроение, М., 1968.

L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE DURIFICATION AVEC DES BILLES SUR LA MICRODURETÉ DE LA COUCHE SUPERFICIELLE

(Résumé)

Le présent travail réalise l'étude de l'influence de la vitesse de durification pour des différentes forces de roulage sur la microdureté de la couche superficielle des épruvettes de OLC 45. Avec les valeurs obtenues, on a tracé les graphiques de variation données dans les fig. 1...7.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01: 681. 802

ELABORAREA ȘI EXPERIMENTAREA UNUI TRADUCTOR DE VIBRAȚII CAPACITIV CU MODULARE ÎN FRECVENȚĂ

DE

GH. CAȘLER și D. ZETU

Cercetarea experimentală a comportării subansamblelor mașinilor-unelte la solicitări dinamice necesită, pe lîngă un excitator de vibrații, un traductor de măsură a mișcării vibratorii. Dintre subansamblele mașinilor-unelte, subansamblul arbore principal ridică probleme deosebite în privința măsurării vibrațiilor sale.

Pentru măsurarea vibrațiilor arborilor principali, se pot folosi traductoare inductive cu contact [2], [5], [7] sau fără contact [1], [2], [5], [8]. Traductoarele inductive cu contact, deși au caracteristică liniară chiar și în cazul măsurării vibrațiilor cu amplitudine mare [2], prezintă avantajul că nu permit măsurarea vibrațiilor arborilor principali în mișcare de rotație Traductoarele inductive fără contact (cu întrefier variabil) prezintă dezavantajul că realizează o caracteristică cvasiliniară numai în cazul cînd întrefierul este mic și variația lui, de asemenea, mică [2]. Ambele tipuri de traductoare inductive mai prezintă dezavantajele că nu se pot folosi pentru măsurarea vibrațiilor atunci cînd acestea sînt produse cu excitatoare electromagnetice, deoarece funcționarea lor este influențată de cîmpul magnetic al excitatorului [2] [5], că rezultatul măsurătorilor este influențat de neomogenitatea materialului armăturii mobile și de variațiile de temperatură [5] și că pentru alimentarea bobinei traductorului este necesar un generator de audiofrecvență [2].

De asemenea, pentru măsurarea vibrațiilor arborilor principali se pot folosi traductoarele capacitive cu scheme pe măsurare în punte [2],[3],[4],[6], dar acestea prezintă dezavantajele că rezultatul măsurătorii este influențat de vibrațiile perturbatoare din exteriorul mașinii și că pentru alimentarea punții este nevoie, de asemenea, de un generator de înaltă frecvență.

Avînd în vedere dezavantajele traductoarelor prezentate mai sus, în Laboratorul de mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași a fost realizat un traductor de vibrații capacitiv cu modulare în frecvență, compus din captorul de vibrații (fig. 1) și circuitele electronice de măsură (fig. 2).

Captorul traductorului este constituit din armătura fixă *1*, legată de bobina *2*, și armătura mobilă *3*, care execută mișcarea vibratorie și care este un dorn montat în locașul conic al arborelui prinicipal. Pentru reglarea întrefierului dintre armături, precum și pentru etalonarea traductorului, armătura *1* și bobina *2* se montează pe o sanie *4* ce se deplasează pe ghidajele în coadă de rîndunică ale suportului *5*, deplasările saniei *4* fiind controlate cu comparatorul de miime *10*. Pentru așezarea corectă a armăturii *1* față de dornul *3*, suportul *5* este montat pe măsuța *6* care se poate roti în ghidajul circular din suportul *7*. La rîndul său, suportul *7* este fixat la sania *8* care se poate deplasa vertical folosind șurubul de reglare *9*.

Modificarea capacităţii condensatorului captor datorită mişcării vibratorii a dornului *3* determină modificarea cu valoarea Δf a frecvenţei de rezonanţă f_A a circuitului oscilant *A* (fig. 2). Gradul de modulare în frecvenţă $\Delta f/f_A$ este proporţional cu variaţia relativă a întrefierului dintre armăturile *1* şi *3*, $\Delta\delta/\delta$, dacă variaţia $\Delta\delta$ a întrefierului este mult mai mică decît mărimea δ a sa, obţinînd astfel o caracteristică liniară a traductorului.

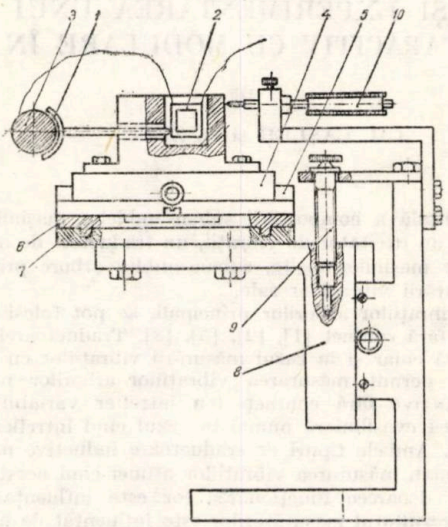


Fig. 1

Pentru a putea măsura vibraţii cu amplitudini cuprinse în limite largi, întrefierul δ trebuie să fie mare. Acest lucru poate conduce, însă, la o micşorare a sensibilităţii traductorului. Pentru a compensa această micşorare, se măreşte gradul de modulare prin micşorarea frecvenţei purtătoare. În acest scop, a fost introdus un oscilator local *B*, a cărui frecvenţă de oscilaţie f_B se amestecă cu frecvenţa f_A în convertizorul de frecvenţă *C*. La ieşirea acestuia, se păstrează variaţia Δf de frecvenţă, dar frecvenţa purtătoare devine $f_C = f_A - f_B$ şi deci gradul de modulare se măreşte la valoarea $\Delta f/f_c$.

Semnalul de la ieşirea etajului convertizor este selectat de transformatorul acordat *4* şi trecut în etajul amplificator-limitator *D*. Acest etaj înlătură modulaţia în amplitudine parazită ce apare la trecerea purtătoarei modulată în frecvenţă prin circuitele acordate ale transformatorului *4*. Etajul *D* se cuplează cu etajul discriminator de raport *E* prin transformatorul acordat *12*. Semnalul de la ieşirea etajului discriminator se poate transmite prin comutatorul K_1 la milivoltmetru, în cazul cînd cu traductorul se măsoară deformaţii statice, sau la osciloscop, în cazul măsurării amplitudinii vibraţiilor. În ultimul caz, semnalul mai trece şi prin filtrul *F* pentru

înlăturarea frecvenţei purtătoare ce ar putea rămîne după trecerea lui prin etajul *E*.

Alimentarea traductorului se face de la reţeaua de 220 V, prin transformatorul *6* şi lampa redresoare *7*. Pentru mărirea stabilităţii circuitelor oscilante *A* şi *B*, tensiunea de alimentarea a grilelor ecran ale tuburilor lor este stabilizată cu lampa *8*, iar capacităţile de intrare ale tuburilor au fost şuntate prin capacităţile fixe *a*, *b*, *c* şi *d*, de valori mari.

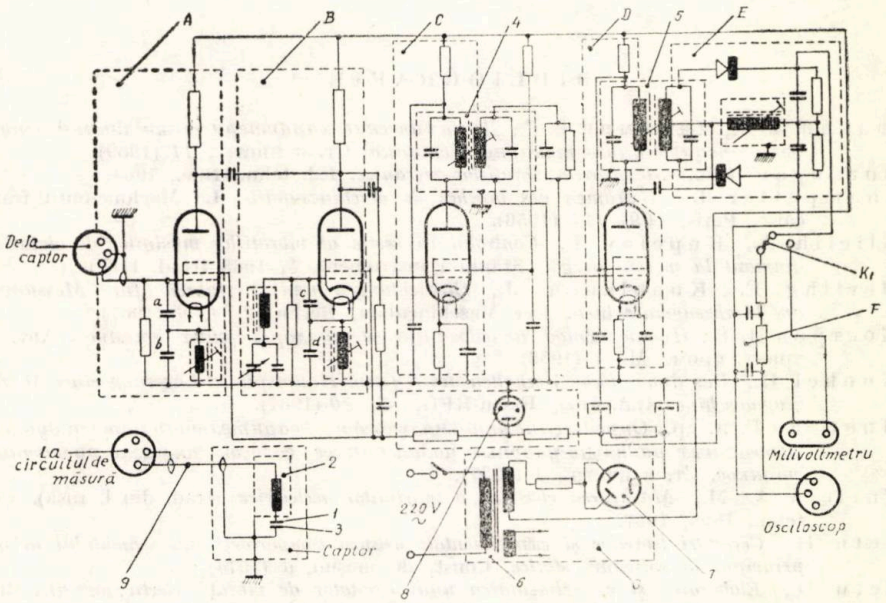


Fig. 2

Circuitul oscilant al oscilatoarelor *A* şi *B*, fiind de tipul serie, se caracterizează prin impedanţă redusă la frecvenţa de rezonanţă şi, deci, este posibilă cuplarea circuitului de măsură cu circuitul captorului prin cablul blindat *9* de lungime mare, ceea ce permite amplasarea circuitelor de măsură la distanţă de locul unde se produce şi se captează vibraţia.

Experimentarea traductorului de vibraţii prezentat s-a efectuat pe standul prezentat în lucrările [10] şi [11], pe care s-au măsurat amplitudinile vibraţiilor la rezonanţă ale unui subansamblu de arbore principal de la strungul normal SN 400, subansamblu modelat pe standul dat în lucrarea [10]. Montarea traductorului în cadrul complexului de aparatură folosit pentru încercarea la vibraţii a subansamblului menţionat s-a făcut după schema bloc dată în lucrarea [11].

În urma efectuării încercărilor experimentale, au putut fi trase o serie de concluzii. Fiind cu modulare în frecvenţă, rezultatele obţinute prin măsurătorile efectuate cu traductorul capacitiv prezentat nu sînt influenţate de amplitudinile vibraţiilor parazite din exterior. Traductorul permite

măsurarea vibrațiilor de amplitudini cuprinse între limite largi, avînd o mare sensibilitate. Traductorul poate fi folosit pentru măsurarea vibrațiilor arborilor principali în stare imobilă sau în mișcare de rotație, pentru măsurători statice și dinamice, precum și pentru măsurarea vibrațiilor oricărui element al unei mașini-unelte dacă se schimbă forma armăturii *1* a captorului după forma elementului cu mișcare vibratorie.

Primită la 15 martie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Авакян В. А., Аджемян В. Г., *Динамические характеристики шпиндельного узла прецизионного токарного станка.* Ст. и инстр., *11* (1969).
2. Buzdugan Gh., *Măsurarea vibrațiilor mecanice.* Ed. tehn., Buc., 1964.
3. Champetier L., *L'examen des broches de machines-outils.* La Machine-outil française, Paris, *109—116* (1956).
4. Gliclih A., Kopelov I., *Controlul în secție al vibrațiilor mașinilor de alezat cu diamant la mersul în gol.* Stanki i instrument, *8*, 1968 (trad. IDT).
5. Herling E. Knoblauch J., *Einrichtungen und Verfahren fur Messungen an Werkzeugmaschinen.* Der Maschinenbau, Berlin, *2, 4, 6* (1967).
6. Костров Д. В., *Новый метод исследования металлорежущих станков.* Авт. и тракт. пром., М., *7* (1956).
7. Kunkel H., *Das dynamische Verhalten des System Hauptspindel-Lagerung einer Werkzeugmaschine.* Ind.-Anz., Essen-RFG, *89, 20* (1967).
8. Линкова Г. и. др., *Определение оптимального предварительного натяга дуплексированных радяльно-упорных подшипников головок алмазно-расточных станков.* Ст. и инстр., *1* (1967).
9. Turicin A. M., *Măsurarea electrică a mărimilor neelectrice* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1957.
10. Zetu D., *Cercetări teoretice și experimentale asupra comportării subansamblului arbore principal la solicitări statice.* Const. de mașini, *6* (1974).
11. Zetu D., *Elaborarea și experimentarea unui excitator de vibrații electromagnetic.* Bul. Inst. polit. Iași, **XX (XXIV)**, *1—2*, s. IV (1974).

ÉLABORATION ET EXPÉRIMENATION D'UN TRADUCTEUR DE VIBRATIONS CAPACITIF AVEC MODULATION EN FRÉQUENCE

(Résumé)

On présente un traducteur de vibrations capacitif avec modulation en fréquence, utilisé pour la mesure des vibrations des broches des machine-outils et realisé dans le Laboratoire de Machine outils de l'Institute polytéchnique du Iassy, ainsi que les conclusions résultées après l'expérimentation du traducteur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 622.43.032

POMPĂ DE INJECȚIE PENTRU BENZINĂ

DE

MIRCEA ZUGRĂVEL și RADU GAIGINSCHI

1. Introducere

Pentru alimentarea motoarelor cu aprindere prin scînteie prin injectarea dozată a benzinei direct în camera de ardere, se utilizează pompe de injecție cu piston, de înaltă presiune, similare cu acelea utilizate pentru injectarea motorinei în camera de ardere a motoarelor cu aprindere prin comprimare. Procedeul de alimentare menționat asigură o ameliorare a parametrilor energetici și funcționali ai motorului însă impune modificări constructive ale pompei de injecție, care să permită realizarea ungerii suprafețelor de frecare dintre pistoanele profilate și cilindrii care formează secțiunile de pompare. Însă chiar în cazul cînd se aduce ulei sub presiune între aceste suprafețe, ungerea lor rămîne insuficientă, în special la nivelul părții profilate a pistonului, unde infiltrațiile de benzină îndepărtează filmul de lubrifiant. În acest fel, este afectată durabilitatea pompei de injecție fiind compromisă, în primul rînd, funcția de reglare a debitului ciclic de combustibil.

Din cele de mai sus reiese că funcționarea pompei de injecție a benzinei decurge satisfăcător numai în cazul cînd accesul benzinei în zona de lucru a perechilor cilindru-piston profilat, care formează secțiunile de pompare, este împiedicat. O astfel de situație se poate realiza cu ajutorul unei construcții bazată pe un principiu dintre cele prezentate în fig. 1, și anume, introducînd un element cu rol separator între spațiul de pompare *a*, prin care se vehiculează benzina și spațiul *b*, în care lucrează pistonul profilat al pompei de injecție.

Elementul separator *1*, de tip deformabil, fig. 1 *a*, sau mobil, fig. 1 *b*, trebuie ca, deformîndu-se sau deplasîndu-se, să realizeze variația periodică a volumului spațiului de pompare *a*, pistonul profilat *2* al pompei de injecție rămînînd numai cu rol de organ de acționare a elementului separator *1*.

Evident, funcționarea unui astfel de sistem de pompare este posibilă numai dacă spațiul de lucru *b* al pistonului profilat *2* se menține, tot timpul, plin cu un lichid tampon. Cu rol de lichid tampon se utilizează uleiul, care asigură totodată și ungerea corespunzătoare a suprafețelor de frecare dintre pistonul profilat și cilindrul său.

2. Descriere

În fig. 2 se prezintă construcția unei pompe de injecție, cu patru secțiuni de pompare, realizată pe baza principiului reprezentat în fig. 1 b.

Din fig. 2 se vede că, fiecare secțiune de pompare este alcătuită din două părți distincte și anume: o parte care asigură pomparea benzinei și o parte prin care se exercită acționarea în vederea pompării.

Partea prin care se asigură pomparea benzinei este constituită din elementul separator mobil *1*, supapa de aspirație *2*, și supapa de refulare *3*, toate constituind un ansamblu compact, plasat într-un corp suport comun *4*. Elementul separator mobil *1* și cele două supape, *2* și *3*, închid un spațiu de pompare *a* și sînt menținute, în poziție limită de repaus, prin resoarte elicoidale.

Partea prin care se exercită acționarea în vederea pompării, este constituită din pistonul profilat *5*, care se poate deplasa

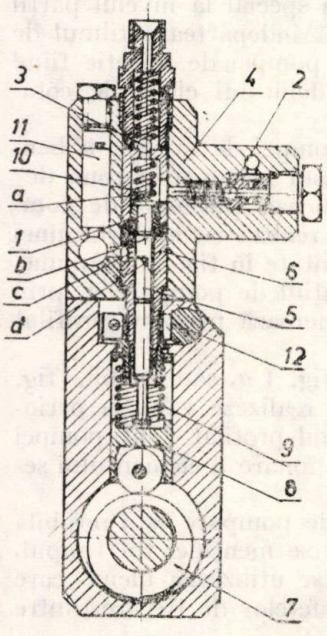
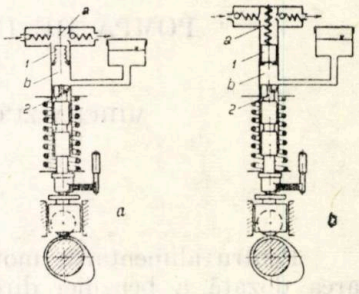


Fig. 2

Fig. 1



Tabelul 1

Turația rot/min	Deplasare cremalieră mm	D3 debit ciclic, mm³/ciclu			
		1	2	3	4
1 800	6	67	67	70	70
	4	47	47	49	49
	2	35	39	37	35
	0	21	22	21	22
1 600	6	70	70	72	70
	4	50	56	56	50
	2	37	42	40	36
	0	20	21	20	23
1 400	6	84	80	80	80
	4	52	60	57	55
	2	38	42	39	39
	0	20	21	21	26
1 200	6	86	84	84	85
	4	53	59	57	55
	2	39	42	40	41
	0	18	20	19	26
1 000	6	82	81	80	76
	4	53	56	56	55
	2	37	40	38	41
	0	18	19	19	25
800	6	77	77	79	74
	4	52	52	53	55
	2	38	39	38	42
	0	17	17	17	25
600	6	70	71	70	70
	4	49	49	48	53
	2	35	37	34	39
	0	16	17	16	20

în corpul *6*, mișcarea fiind dată de către excentricul *7*, prin intermediul tachetului *8*, contactul permanent dintre excentricul *7* și tachetul *8* fiind menținut cu ajutorul resortului *9*.

Între partea care asigură pomparea benzinei și partea prin care se exercită acționarea în vederea pompării, se află spațiul tampon *b*, care se menține plin cu ulei.

Pomparea benzinei se face prin variația periodică a volumului spațiului de pompare *a*, determinată prin mișcarea elementului separator mobil *1*, care are rol de piston intermediar. Se realizează astfel aspirația benzinei prin supapa *2* și refularea acesteia prin supapa *3*, fără un contact direct între benzină și pistonul profilat *5*.

Elementul separator mobil *1* se deplasează, în cursa de pompare, sub acțiunea pistonului profilat *5*, forța de acționare fiind transmisă prin intermediul uleiului care umple spațiul tampon *b*, iar în cursa de întoarcere sub acțiunea resortului *10*.

În peretele corpului *6* se află practicat orificiul de transfer *c*, prin care spațiul tampon *b* poate comunica cu un spațiu compensator *11*.

Pistonul profilat *5* prezintă, la partea superioară, muchia elicoidală *d* iar în partea sa inferioară se cuplează cu cremaliera *12*. Prin deplasarea cremalierei *12* se poate realiza rotirea, în jurul axei proprii, a pistonului profilat *5* și astfel se poate modifica fracțiunea din cursa acestuia în lungul căreia orificiul de transfer *C* rămîne obturat. Se modifică astfel mărimea cursei active a pistonului profilat *5* și, în aceeași măsură, cursa elementului separator mobil *1*, care, la rîndul ei, determină, corespunzător, modificarea cantității de benzină pompată la fiecare cursă.

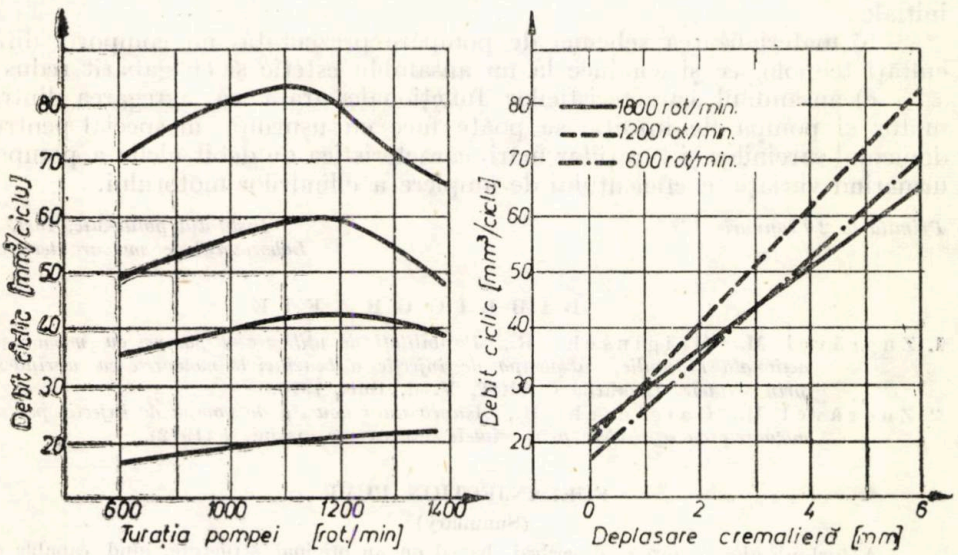


Fig. 3

3. Experiențe

S-au efectuat probe la rece, cu o pompă de injecție, cu patru secțiuni de pompare, construită conform descrierii de mai sus. Aceste probe au urmărit să evidențieze comportarea sa, în condții variate de turație și încărcare ciclică. Rezultatele sînt înscrise în tabelul 1, și prezentate grafic, pentru o singură secțiune de pompare, în fig. 3.

În fig. 3 *a* se prezintă variația debitului ciclic cu turația, pentru patru poziții fixe ale cremalierei. Se observă că, în general, atunci cînd turația pompei crește, variația debitului ciclic se produce în sensul unei creșteri, pînă la turația de 1 200 rot/min, pentru ca apoi să scadă, această alură fiind mai evidentă în domeniul debitelor ciclice mari.

În fig. 3 *b* se prezintă, pentru trei trepte reprezentative de turație, modificarea debitului ciclic odată cu deplasarea cremalierei. Se observă variații similare, la aceleași deplasări de cremalieră numai pentru domeniul debitelor ciclice mici și mijlocii. În domeniul debitelor ciclice mari se înregistrează abateri față de regula comună. În această privință interesează și turația pompei, domeniul turațiilor mijlocii prezentînd o comportare diferită față de turațiile extreme.

4. Concluzii

În urma experimentărilor la care a fost supusă pompa de injecție, construită după principiul prezentat în această lucrare, se pot formula unele concluzii, și anume:

a) faptul că benzina nu are acces în zona de lucru a pistonului profilat, face ca funcționarea acestuia să decurgă în condiții corespunzătoare de ungere, și astfel să-și conserve timp îndelungat geometria și dimensiunile inițiale;

b) materializarea schemei de pompare prezentată, nu comportă dificultăți tehnologice și conduce la un ansamblu estetic și cu gabarit redus;

c) ansamblul caracteristicilor funcționale arată că agregarea dintre motor și pompa de injecție se poate face cu ușurință, în special pentru domeniul sarcinilor și turațiilor mari, caracteristica de debit ciclic a pompei urmărind variația coeficientului de umplere a cilindrilor motorului.

Primită la 20 ianuarie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de motoare termice

BIBLIOGRAFIE

1. Zugrăvel M., Gaiginschi R., *Posibilități de utilizare a pompei cu membrană acționată hidraulic, ca pompă de injecție a benzinei la motoarele cu aprindere prin scînteie.* Lucrările COMOT, V. d, Buc., 1970.
2. Zugrăvel M., Gaiginschi R., *Asupra unui nou tip de pompă de injecție pentru motoarele cu aprindere prin scînteie.* Constr. de mașini, 4 (1972).

FUEL-INJECTION PUMP

(Summary)

A fuel-injection pump is described, based on an original structure, and capable of injecting fuel under high pressure directly into the combustion chamber of a spark-ignited motor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XX (XXIV), Fasc. 3—4, 1974
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.901

STUDIUL ANALITIC AL DINAMICII DISPOZITIVULUI DE COPIAT MODEL CIMATIC 6BM2-MI/C PRIN METODA LINIARIZĂRII ARMONICE

DE

I. CONDREA, TITUS NESTOR şi D. SILION

1. Introducere

Practica proiectării şi exploatării SHU ale maşinilor-unelte de copiat a arătat [3], [4] că prin considerarea modelului liniar rezultă o rezervă de stabilitate mare, ceea ce implică reducerea preciziei statice. Utilizarea metodei liniarizări armonice este o cale spre o proiectare raţională. Marea diversitate a SHU folosite în prezent face imposibilă aplicarea unor relaţii de calcul al carcteristicilor dinamice (cu excepţia unor SHU mai simple), făcînd necesară aplicarea metodelor teoriei reglării automate, liniare sau neliniare, în proiectarea şi punerea la punct a unor astfel de sisteme. Dată fiind modificarea în timp a unor parametri constructivi ai SHU, se impun repuneri la punct periodice pentru o exploatare raţională.

Condiţiile matematice privind aplicabilitatea metodei liniarizării armonice la studiul sistemelor automate neliniare, cît şi posibilităţile metodei sînt în concordanţă cu rezultatele cercetării experimentale a sistemelor hidraulice de urmărire (SHU) [3].

Partea liniară a SHU filtrează armonicele superioare şi scoate în evidenţă predominanţa fundamentalei, ceea ce este deosebit de important avînd în vedere că prin aplicarea liniarizării armonice a neliniarităţilor este folosită numai prima armonică a dezvoltării în serie Fourier a funcţiei neliniare.

2. Studiul SHU al dispozitivului de copiat model CIMATIC 6BM2-MI/C

Să examinăm SHU din fig. 1, cînd la intrare se comunică mişcarea y. Vom considera două tipuri de neliniarităţi: frecarea uscată în ghidajele saniei de copiere $T(v)$ şi saturaţia căderii de presiune în circuitul exterior al sertarului şi supapei de sensibilitate.

Vor fi considerate sarcinile inerţială şi elastică; sarcina exterioară se consideră nulă, studiul stabilităţii SHU făcîndu-se în condiţiile mişcării sale libere. De asemenea, se neglijează şi frecarea vîscoasă.

În [1] a fost studiat modelul liniar al SHU. Sistemul de ecuaţii care descriu mişcarea sa este format din:

1° ecuaţia sertarului:

$$Q_3 = k_2 \pi d_2 (h - x) \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_2 ; \tag{1}$$

2° ecuația supapei :

$$Q_1 = k_1 w u \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_2)}, \quad \text{sau} \quad p_2 = p_1 - \frac{B^2 Q_1^2}{(p_1 - p_e)^2}, \tag{2}$$

unde $B = 4K/(k_1 \pi w d_1^2 \sqrt{2/\rho})$;

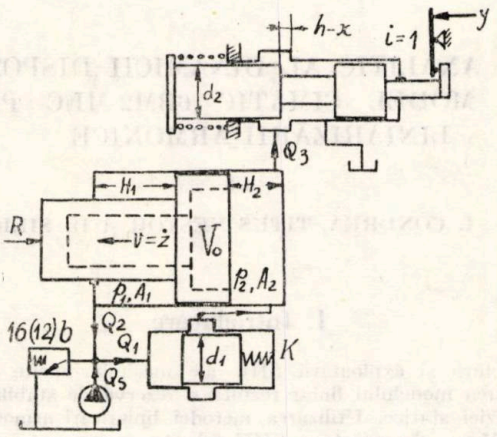


Fig. 1

3° ecuația de continuitate ;

$$Q_3 = Q_1 - Fv - \frac{FH + V_0}{E_0 F}\dot{R}; \tag{3}$$

4° ecuația mecanismului de execuție ;

$$p_2 - \alpha p_1 = p = \frac{R}{F}; \tag{4}$$

5° ecuația legăturii inverse:

$$z = -x \tag{5}$$

și

$$R = m\ddot{z} + T\frac{\dot{z}}{|\dot{z}|}. \tag{6}$$

Considerînd $p_1 \approx \text{const}$ [2], pentru a facilita liniarizarea armonică, caracteristicile (1) și (2) vor fi dezvoltate în serie Maclaurin ; se va considera $Q = Q_3 - Q_{10}$, unde $Q_{10} = Q_{30}$ — valoarea corespunzătoare lui $y = 0$. Reținînd și termenii de gradul doi, rezultă

$$Q = -B_1\sqrt{p_1}\,x + \frac{B_1}{2\alpha\sqrt{p_1}}(h - x)p - \frac{B_1 B_2}{p_1\sqrt{p_1}}(h - x)p^2, \tag{7}$$

iar din (2) și (3),

$$Q = -B_7\sqrt{p_1}\,p - \frac{B_3}{\sqrt{p_1}}p^2 - Fv - B_8\dot{R}, \tag{8}$$

unde

$$B_1 = k_2\,\pi\,d_2\sqrt{2\,\alpha/\rho}, \quad B_2 = 1/8\alpha^2, \quad B_3 = (1-\psi)/8B\,(1-\alpha)\sqrt{1-\alpha},$$

$$B_7 = (1-\psi)/2\,B\sqrt{1-\alpha}, \quad B_8 = (FH + V_0)/E_0F, \quad \psi = p_c/p_1,$$

p_c — valoarea minimă a lui p_1 pentru a deschide supapa.

Întrucît caracteristica statică a sertarului este asimetrică, adică $Q_3(p, x) \neq -Q_3(-p, -x)$, ceea ce determină asimetria autooscilațiilor (confirmată de oscilogramele deplasării saniei la autoscilații [3], soluția sistemului de ecuații diferențiale, în primă aproximație, va fi căutată sub forma

$$z = z^0 + z^1, \tag{9}$$

unde $z^1 = A\sin\Omega t$, apropiată de sinusoida cu amplitudinea A, frecvența Ω și deplasarea z^0 față de centrul oscilațiilor.

Primii membri ai dezvoltării în serie Fourier pot fi scriși sub forma

$$y = f(z, sz) \approx f_0 + qz^1 + \frac{q'}{\Omega}sz^1,$$

$$f_0 = \frac{1}{2}\pi\int_0^{2\pi} f(z^0 + A\sin\Omega t,\, A\Omega\cos\Omega t)\,\mathrm{d}\,\Omega t,$$

$$q = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} f(z^0 + A\sin\Omega t,\, A\Omega\cos\Omega t)\sin\Omega t\,\mathrm{d}\,\Omega t,$$

$$q' = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} f(z^0 + A\sin\Omega t,\, A\Omega\cos\Omega t)\cos\Omega t\,\mathrm{d}\,\Omega t.$$

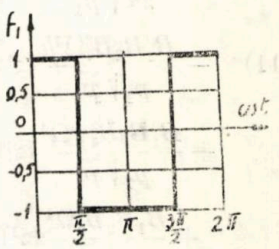


Fig 2.

Din (4), (5) și (6) se determină funcția de transfer care leagă variabilele p și z. Aplicînd liniarizarea armonică funcției $f_1 = \frac{\dot{z}}{|\dot{z}|}$, se obține: fie $z^1 = A\sin\Omega t$, deci $f_1 = \frac{\cos\Omega t}{|\cos\Omega t|}$ reprezintă o funcție pară univocă, de forma celei din fig. 2. Întrucît componenta în sinus lipsește, soluția se caută sub forma

$$f_1 = \frac{q'}{\Omega}\dot{z},$$

$$q' = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} \frac{\cos \Omega t}{|\cos \Omega t|} \cos \Omega t \, d\Omega t = \frac{1}{\pi A}\left[\int_0^{\pi/2} 1 \cos \Omega t \, d\Omega t + \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (-1) \cos \Omega t \, d\Omega t + \right.$$

$$\left. + \int_{3\pi/2}^{2\pi} 1 \cos \Omega t \, d\Omega t = \frac{4}{\pi A}\right.$$

Deci, $f_1 \approx \frac{4}{\pi A \Omega} \dot{z}^1$. Dar, $\ddot{z}^1 = -A\Omega^2 \sin \Omega t = -\Omega^2 z^1$, și deci

$$p = \frac{R}{F} = -B_4 \Omega^2 z^1 + B_5 \dot{z}^1, \tag{10}$$

unde, $B_4 = \frac{m}{F}$, $B_5 = \frac{T}{F}\frac{4}{\pi A \Omega}$.

Din (10), (7), (5) și (9), rezultă

$$\begin{aligned} Q = {} & B_1 \sqrt{p_1} z^0 + B_1 \sqrt{p_1} z^1 - \frac{B_1 B_4 h \Omega^2}{2\alpha \sqrt{p_1}} z^1 + \frac{B_1 B_5 h}{2\alpha \sqrt{p_1}} \dot{z}^1 - \\ & - \frac{B_1 B_4 \Omega^2 z^0}{2\alpha \sqrt{p_1}} z^1 - \frac{B_1 B_5 z^0}{2\alpha \sqrt{p_1}} \dot{z}^1 + \frac{B_1 B_4 \Omega^2}{2\alpha \sqrt{p_1}} (z^1)^2 + \frac{B_1 B_5 \Omega^2}{2\alpha \sqrt{p_1}} (z^1)(\dot{z}^1) - \\ & - \frac{B_1 B_2 B_4^2 \Omega^4 h}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)^2 - \frac{B_1 B_2 B_5^2 h}{p_1 \sqrt{p_1}} (\dot{z}^1)^2 + \frac{2 B_1 B_2 B_4 B_5 h \Omega^2}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)(\dot{z}^1) + \\ & + \frac{B_1 B_2 B_4^2 z^0 \Omega^4}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)^2 + \frac{B_1 B_2 B_5^2 z^0}{p_1 \sqrt{p_1}} (\dot{z}^1)^2 - 2 \frac{B_1 B_2 B_4 B_5 \Omega^2 h}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)(\dot{z}^1) + \\ & + \frac{B_1 B_2 B_4^2 \Omega^4}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)^3 + \frac{B_1 B_2 B_5^2}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)(\dot{z}^1)^2 - \frac{2 B_1 B_2 B_4 B_5 \Omega^2}{p_1 \sqrt{p_1}} (z^1)^2 (\dot{z}^1), \end{aligned} \tag{11}$$

iar din (10), (8) și (9),

$$\begin{aligned} Q = {} & B_7 B_4 \sqrt{p_1} \Omega^2 z^1 - B_5 B_7 \sqrt{p_1} \dot{z}^1 - \frac{B_3 B_4^2 \Omega^4}{\sqrt{p_1}} (z^1)^2 - \frac{B_3 B_5^2}{\sqrt{p_1}} (\dot{z}^1)^2 + \\ & + \frac{2 B_3 B_4 B_5 \Omega^2}{\sqrt{p_1}} (z^1)(\dot{z}^1) - F(\dot{z}^1) - B_4 B_8 F \bar{z} - B_5 B_8 F \ddot{z}^1. \end{aligned} \tag{12}$$

Ecuațiile (11) și (12) conțin neliniaritățile: $f_2 = (z^1)^2$, $f_3 = (z^1)(\dot{z}^1)$, $f_4 = (\dot{z}^1)^2$, $f_5 = (z^1)^3$, $f_6 = (z^1)(\dot{z}^1)^2$ și $f_7 = (z^1)^2(\dot{z}^1)$. Aplicîndu-li-se liniarizarea armonică, conform [3], rezultă :

$$f_2 = \frac{A^2}{2}, \quad f_3 = 0, \quad f_4 = \frac{1}{2}A^2\Omega^2, \quad f_5 \approx \frac{3}{4}A^2 z^1,$$

$$f_6 = \frac{1}{4}A^2\Omega^2 z^1, \quad f_7 \approx \frac{1}{4}A^2 z^1.$$

Prin eliminarea lui Q din (11) și (12), ținînd seama de liniarizările de mai sus, rezultă ecuația diferențială a mișcării saniei

$$B_4B_8F\dddot{z}^1 + \frac{FB_9B_8}{A\Omega}\ddot{z}^1 + \left[F + \frac{B_1B_9h}{2\alpha\sqrt{p_1}A\Omega}\left(1+\frac{z^0}{h}\right) + \frac{B_9B_7\sqrt{p_1}}{A\Omega} - \right.$$

$$\left. - \frac{B_1B_2B_4B_9A\Omega}{2p_1\sqrt{p_1}}\right]\dot{z}^1 + \left[B_1\sqrt{p_1} - \frac{B_1B_4h\Omega^2}{2\alpha\sqrt{p_1}}\left(1+\frac{z^0}{h}\right) - B_4B_7\sqrt{p_1}\,\Omega^2 + \right. \tag{13}$$

$$\left. + \frac{3}{4}\frac{B_1B_2B_4^2\Omega^4A^2}{p_1\sqrt{p_1}} + \frac{B_1B_2B_9^2}{4p_1\sqrt{p_1}}\right]z^1 = -B_1\sqrt{p_1}\left(1+\frac{B_2B_9^2}{2p_1^2}\right)z^0 +$$

$$+ \frac{B_1B_2B_9^2h}{2p_1\sqrt{p_1}} + \frac{B_1B_4\Omega^2A^2}{4\alpha\sqrt{p_1}} + \frac{B_1B_2B_4^2\Omega^4A^2}{2p_1\sqrt{p_1}}(h - z^0) -$$

$$- \frac{B_3B_4^2\Omega^4A^2}{2\sqrt{p_1}} - \frac{B_3B_9^2}{2\sqrt{p_1}},$$

în care $B_9 = B_5A\Omega$.

Introducînd operatorul $s = j\Omega$ și anulînd părțile reală și imaginară ale membrilor stîng și drept, rezultă sistemul de ecuații care permite calculul parametrilor A, Ω, z^0,

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{B_9B_8F}{A}\Omega - B_1\sqrt{p_1} + \dfrac{B_1B_4h\Omega^2}{2\alpha\sqrt{p_1}}\left(1+\dfrac{z^0}{h}\right) - \dfrac{3}{4}\dfrac{B_1B_2B_4^2\Omega^4A^2}{p_1\sqrt{p_1}} - \\ \qquad - \dfrac{B_1B_2B_9^2}{4p_1\sqrt{p_1}} + B_4B_7\sqrt{p_1}\,\Omega^2 = 0, \\ B_4B_8F\Omega^2 - F - \dfrac{B_1B_9h}{2\alpha\sqrt{p_1}A\Omega}\left(1+\dfrac{z^0}{h}\right) + \\ \qquad + \dfrac{B_1B_2B_4B_9A\Omega}{2p_1\sqrt{p_1}} - \dfrac{B_9B_7\sqrt{p_1}}{A\Omega} = 0, \\ B_1\sqrt{p_1}\left(1+\dfrac{B_2B_9^2}{2p_1^2}\right)z^0 - \dfrac{B_1B_2B_9^2}{2p_1\sqrt{p_1}}h - \dfrac{B_1B_4\Omega^2A^2}{4\alpha\sqrt{p_1}} - \\ \qquad - \dfrac{B_1B_2B_4^2}{2p_1\sqrt{p_1}}\Omega^4A^2(h - z^0) + \dfrac{B_3B_4^2}{2\sqrt{p_1}}\Omega^4A^2 + \dfrac{B_3B_9^2}{2\sqrt{p_1}} = 0. \end{array}\right. \tag{14}$$

Dacă rezultă soluții reale și pozitive pentru A și Ω, există soluție periodică apropiată de $z^1 = A \sin \Omega t + z^0$. Existența soluției periodice nu înseamnă încă existența autoosciclațiilor în sistem, deoarece numai soluția periodică stabilă corespunde autooscilațiilor. Sistemul (10) este greu de rezolvat sub forma generală. Rezolvarea sistemului (10) în domeniul valorilor mari ale presiunii p_1 dă două valori pozitive pentru A [3].

Caracterul dependenței amplitudinii A de p_1 are aspectul din fig. 3. Pentru $p_1 < p_{lim}$, nu rezultă o soluție pozitivă pentru A. Deci nu există soluție periodică și deci nici autooscilații în sistem. Astfel, p_{lim} reprezintă presiunea sub care nu apar autooscilații, iar peste această valoare, sînt posibile autooscilații în SHU.

Studiul global este dificil și în același timp, este insuficient de clar evidențiată influența fiecărei neliniarități. Se va efectua studiul modelului liniar, iar apoi, vor fi introduse neliniaritățile $T(v)$ și $Q(x, p)$.

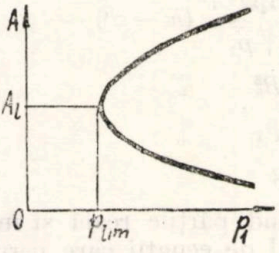


Fig. 3

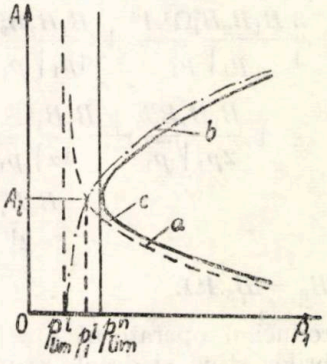


Fig. 4

2.1. Studiul modelului liniar : $B_9 = 0$, $B_2 = 0$, $B_3 = 0$,

Rezultă ecuația modelului liniar al SHU sub forma

$$FB_4B_8\dddot{z}^1 + \frac{B_1B_4h}{2\alpha\sqrt{p_1}}\left(1 + \frac{z^0}{h}\right)\ddot{z}^1 + F\dot{z}^1 + (B_1\sqrt{p_1} - B_4B_7\sqrt{p_1}\,\Omega^2)\,z^1 = \\ = \frac{B_1B_4\Omega^2A^2}{4\alpha\sqrt{p_1}} - B_1\sqrt{p_1}\,z^0. \tag{15}$$

Din (14), avînd în vedere modelul liniar, rezultă

$$\Omega = F\sqrt{\frac{E_0}{m(FH + V_0)}}, \qquad z^0 = \frac{2\alpha p_1(FH + V_0)}{E_0F} - \frac{(1 - \psi)p_1\sqrt{\rho\alpha}}{\pi k_2 d_2\sqrt{2(1-\alpha)}\,B} - h,$$

$$A^2 = \frac{4\alpha p_1(FH + V_0)}{E_0F}\left(\frac{2\alpha p_1(FH + V_0)}{E_0F} - \frac{(1 - \psi)\sqrt{\alpha\rho p_1}}{\pi d_2k_2B\sqrt{2(1-\alpha)}} - h\right). \tag{16}$$

Ecuaţia caracteristică a ecuaţiei (15) este

$$B_4B_8Fs^3+\left[\frac{B_1B_4h}{2\alpha\sqrt{p_1}}\left(1+\frac{z^0}{h}\right)+B_4B_7\sqrt{p_1}\right]s^2+Fs+B_1\sqrt{p_1}=0.$$

Utilizînd criteriul Routh-Hurwitz, se determină condiţia stabilităţii sistemului sub forma modelului liniar

$$p_1<\frac{\pi k_2 d_2 hn}{\sqrt{2\alpha\rho}\left(\pi k_2 d_2\sqrt{\frac{2\alpha}{\rho}}\frac{FH+V_0}{E_0F}-\frac{1-\psi}{2B\sqrt{1-\alpha}}\right)}. \tag{17}$$

2.2. Studiul SHU cu frecare uscată : $B_9\neq 0$, $B_2=0$, $B_3=0$

$$B_4B_8F\dddot{z}^1+\left[\frac{B_8B_9F}{A\Omega}+\frac{B_1B_4h}{2\alpha\sqrt{p_1}}\left(1+\frac{z^0}{h}\right)+B_4B_7\sqrt{p_1}\right]\ddot{z}^1+$$
$$+\left[F+\frac{B_7B_9\sqrt{p_1}}{A\Omega}+\frac{B_1B_9h}{2\alpha A\Omega\sqrt{p_1}}\left(1+\frac{z^0}{h}\right)\right]\dot{z}^1+B_1\sqrt{p_1}z^1= \tag{18}$$
$$=-B_1\sqrt{p_1}z^0+\frac{B_1B_4\Omega^2A^2}{4\alpha\sqrt{p_1}}.$$

Sistemul (14) conduce la următoarele expresii pentru A :

$$A=\frac{2\alpha\sqrt{p_1}B_8\Omega F}{2\alpha B_1p_1-(B_1B_4hn+2\alpha B_4B_7p_1)\Omega^2}, \tag{19}$$

$$A=\frac{2\alpha B_7p_1+B_1hn}{2\alpha\sqrt{p_1}\Omega F(B_4B_8\Omega^2-1)}, \tag{20}$$

unde $n=1+z^0/h$, iar pentru calculul lui Ω, rezultă ecuaţia

$$\Omega^4-\frac{1}{B_4B_8}\left[1-\frac{(2\alpha B_7p_1+B_1hn)(B_1B_4hn+2\alpha B_4B_7p_1)}{4\alpha^2p_1B_8F^2}\right]\Omega^2-$$
$$-\frac{2\alpha B_1B_7p_1+B_1^2hn}{2\alpha B_4B_8^2F^2}=0. \tag{21}$$

Condiţia ca A să fie pozitiv, cînd sînt posibile oscilaţii periodice, este

$$2\alpha B_1p_1-(B_1B_4hn+2\alpha B_4B_7p_1)\Omega^2>0,$$

astfel încît criteriul de stabilitate capătă forma

$$p_1<\frac{B_1B_4hn\Omega^2}{2\alpha B_1-2\alpha B_4B_7\Omega^2}. \tag{22}$$

2.3. Studiul SHU considerînd neliniaritatea sertarului : $B_9 = B_3 = 0$, $B_2 \neq 0$

În acest caz, frecvența oscilațiilor periodice este

$$\Omega^2 = \frac{F^2 E_0}{m(FH + V_0)}, \tag{23}$$

ca la modelul liniar, iar amplitudinea

$$A^2 = \frac{2p_1(B_1B_4\,hn + 2\alpha B_4B_1p_1)\,\Omega^2 - 4\alpha B_1p_1^2}{3\alpha B_1B_2\,B_4^2\Omega^4}. \tag{24}$$

Presiunea limită este

$$p_{\text{lim}} = \frac{B_1B_4\,hn\,\Omega^2}{2\alpha B_1 - 2\alpha B_4B_7\Omega^2}. \tag{25}$$

În cazul $B_9 = B_2 = 0$ și $B_3 \neq 0$, membrul stîng al ecuației de mișcare este același ca în cazul modelului liniar.

3. Discuții

Din analiza relațiilor (19) și (24) rezultă că amplitudinea autooscilațiilor variază cu presiunea de alimentare, în cazul neliniarității introduse de frecarea uscată, după curba *a* (fig. 4), iar în cazul caracteristicii neliniare a sertarului, după curba *b*. Efectul global este reprezentat de curba *c*. Rezultă o extindere a domeniului stabilității absolute a SHU datorită neliniarităților.

Pe baza modelului liniar (17), pentru sistemul analizat, $p_{\text{lim}} = 23{,}7$ bari, în timp ce pentru sistemul neliniar, cu considerarea frecării uscate sau a neliniarității sertarului, $p_{\text{lim}} = 26{,}5$ bari, pentru aceiași parametri constructivi. Este unul din aspectele puse în evidență de analiza făcută pe un model real. Cercetarea relațiilor deduse sugerează sau indică exact căile de urmat atît în proiectarea sau reproiectarea SHU, cît și exploatarea rațională a acestuia. Rezultă, de exemplu, din analiza relațiilor (17) și (22), importanța caracteristicii supapei de sensibilitate (constantele B_7, respectiv B și ψ).

Simboluri și date

F — aria pistonului; $F = 227$ cm^2
α — raportul ariilor corespunzătoare camerelor cu tijă și fără tijă; $\alpha = 0{,}4$
H — lungimea cilindrului; $H = 11$ cm
V_0 — volumul constant din camera fără tijă; $V_0 = 1\,730$ cm^3
d_1 — diametrul supapei de sensibilitate; $d_1 = 2$ cm
d_2 — diametrul sertarului de urmărire; $d_2 = 2$ cm
K — constanta elastică a arcului supapei,
k_1 — coeficientul de debit al supapei
k_2 — coeficientul de debit al sertarului
m — masa ansamblului mobil

W — gradientul ariei fantei de deschidere a supapei
h — deschiderea sertarului în poziția de repaus
E_0 — modulul de elasticitate redus; $E_0 = 7\ 10^8\ N/m_2$

Primită la 1 martie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte, scule și tehnologie

BIBLIOGRAFIE

1. Condrea I., *Studiu privind dinamica dispozitivului de copiat hidraulic model CIMATIC 6 BM 2-MI/C.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *3—4*, s. IV (1973).
2. Takashi Nokada, *Analyse dynamique de la commande hydraulique du tour a reproduire + GF + KDM—18.* KDM Information, *8* (1963).
3. Merritt H. E., *Hydraulic Control Systems.* John Wiley & Sons, Inc., New York — London — Sydney, 1967.

ÉTUDE ANALYTIQUE DE LA DYNAMIQUE DU DISPOSITIF DE COPIAGE MODÈLE CIMATIC 6BM2-MI/C PAR LA MÉTHODE DE LA LINÉARISATION HARMONIQUE

(Résumé)

En utilisant la méthode de la linéarisation harmonique, une analyse des caractéristiques dynamiques est donnée pour un dispositif hydraulique de copiage de la firme La Salle. Il en résulte une marge de stabilité accrue par comparaison à l'analyse linéaire, ce qui implique la réduction de la précision statique.

L'utilisation de la méthode de la linéarisation armonique constitue une voie pour un projet correct. L'exploitation rationnelle des machines-outils de copiage impose des rajustements périodiques en connaissance de cause.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C, Z, 621.925

REGLAREA LA DIMENSIUNEA DE LUCRU A MAȘINILOR DE RECTIFICAT ELEMENTE DE RULMENȚI

DE

D. SILION, O. V. PRUTEANU și GH. COMAN

1. Introducere

În ultimul timp a crescut foarte mult ponderea volumului de muncă pentru operațiile tehnologice de rectificare la fabricația elementelor de rulmenți, datorită perfecționării continue a metodelor de semifabricare, care, în cazul folosirii extruziunii, elimină complet operațiile tehnologice de strunjire, folosindu-se ca operații tehnologice de prelucrare mecanică numai rectificarea [6]. De asemenea, au crescut foarte mult exigențele impuse realizării operațiilor tehnologice de rectificare, ca urmare a poziției acestora în etapa finală a procesului tehnologic de prelucrare mecanică și deci a influenței hotărîtoare a lor asupra calității rulmenților fabricați.

Unul din factorii tehnologici importanți la rectificare, care determină ordinul de transfer al erorilor ereditare pe suprafața prelucrată, îl constituie reglarea sistemelor tehnologice la dimensiunea de lucru. De aceea, determinarea corectă a parametrilor de reglare la dimensiunea de lucru a sistemelor tehnologice pentru rectificarea elementelor de rulmenți prezintă o importanță deosebită.

2. Reglarea la dimensiunea de lucru a mașinilor clasice de rectificat fără centre elemente de rulmenți

Pentru rectificarea cilindrică exterioară a elementelor de rulmenți (inele și role) se folosesc, în general, mașinile clasice de rectificat exterior fără centre (fig. 1).

Determinarea parametrilor optimi de reglare a acestor mașini la dimensiunea de lucru se poate face plecînd de la modelarea grafică din fig. 2. Astfel, dacă suprafața cilindrică exterioară are inițial o abatere de mărime ΔR de la raza corectă R, în funcție de poziția *1* sau *2* a acesteia în timpul rectificării, va exista o deplasare ΔR de la bazarea corectă a semifabricatului în punctul considerat și se va produce o deplasare Δr_1, respectiv Δr_2 pe direcția normalei la discul abraziv în zona de așchiere, deplasări care reprezintă abateri de formă de la circularitate ale piesei prelucrate.

Din fig. 2 *b* și fig. 2 *c* rezultă că asupra mărimilor Δr_1 și Δr_2 influențează mărimea ΔR, precum și parametrii de reglaj α, β și γ. Însă, valoarea unghiului γ influențează și dinamica procesului de rectificare [5], condiții din care rezultă $\gamma_{opt} \approx 30°$. De aceea, prezintă importanță a se lua în considerare numai parametrii de reglaj α și β, fapt pentru care se prezintă

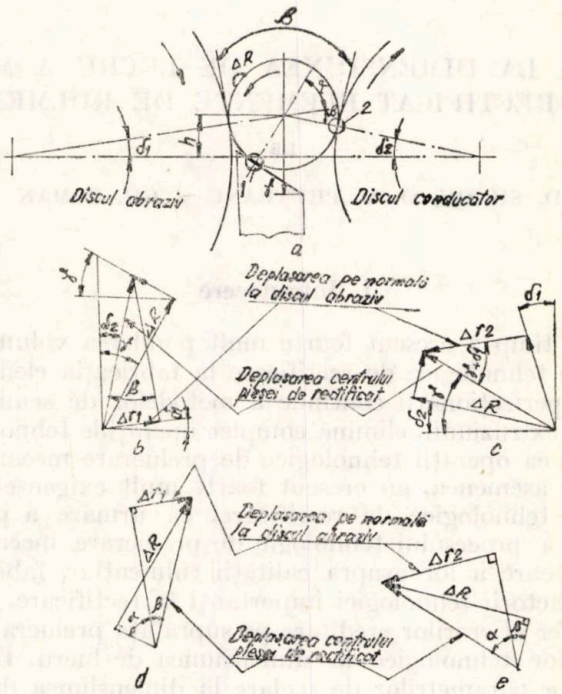


Fig. 2. — Modelarea grafică a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea clasică fără centre.

reprezentările grafice din fig. 2 *d* și fig. 2 *e*. Dar, după cum rezultă din fig. 2 *d* și fig. 2 *e*, condițiile de optimizare a valorilor unghiulare α și β sînt contradictorii. De asemenea, se observă că unghiul β variază mai mult decît unghiul α la schimbarea parametrilor de reglare ai mașinii de rectificat, fapt pentru care, la reglarea mașinilor de rectificat fără centre trebuie acordată o mare atenție stabilirii valorii optime pentru unghiul β. Atît din condiții de precizie rezultate din fig. 2, cît și din condiții de dinamica procesului de rectificare [5], rezultă că unghiul β are valori optime între 6° și 8°. Însă, așa cum se observă, valoarea optimă pentru unghiul β se obține prin variația înălțimii h dintre centrul de rotație al semifabricatului și linia centrelor discului abraziv și discul conductor.

În funcție de unghiul optim β adoptat, diametrul discului abraziv D_a, diametrul discului conductor D_c și diametrul semifabricatului D, înălțimea h se poate determina cu relația

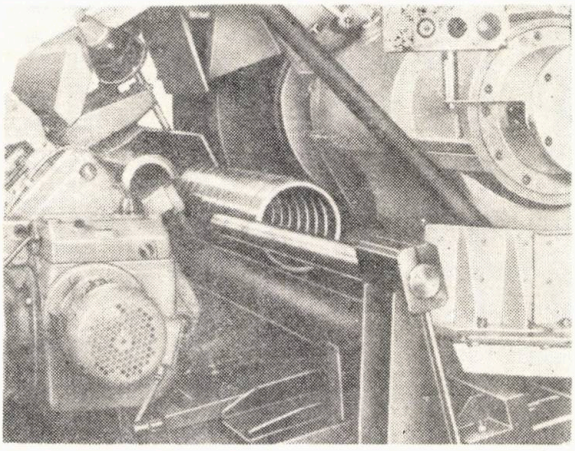


Fig. 1. — Rectificarea cilindrică exterioară a elementelor de rulmenți pe mașini clasice de rectificat fără centre.

$$(1) \qquad h = \frac{\beta^0 \pi}{2.180^\circ} \frac{(D_c + D)(D_a + D)}{D_c + D_a + 2D} \quad [\text{mm}].$$

Pentru rezolvarea operativă a relației (1), în condiții de producție, au fost elaborate nomogramele prezentate în fig. 3 și fig. 4.

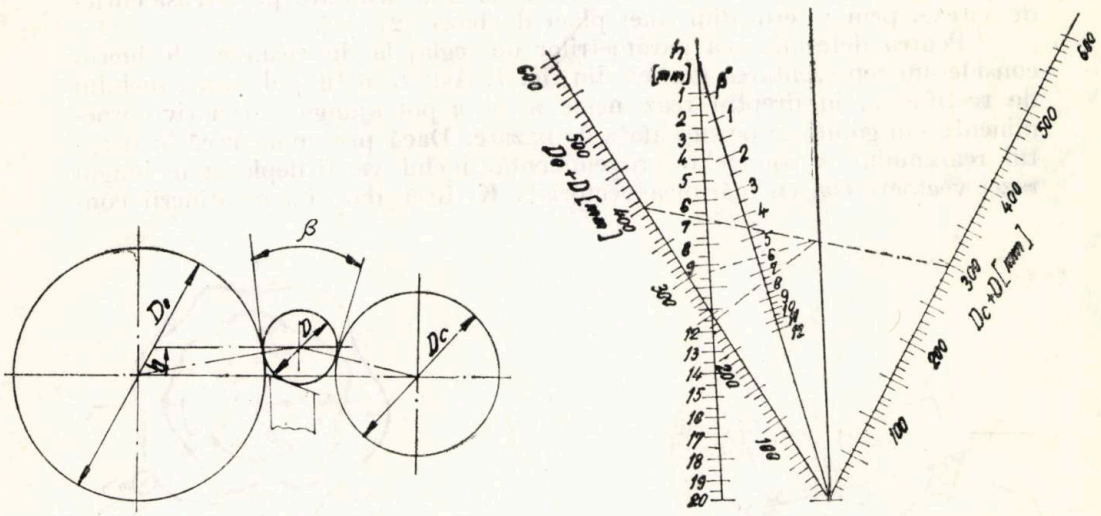


Fig. 3. — Determinarea grafică a mărimii h în funcție de mărimile D_a, D_c, D și β°.

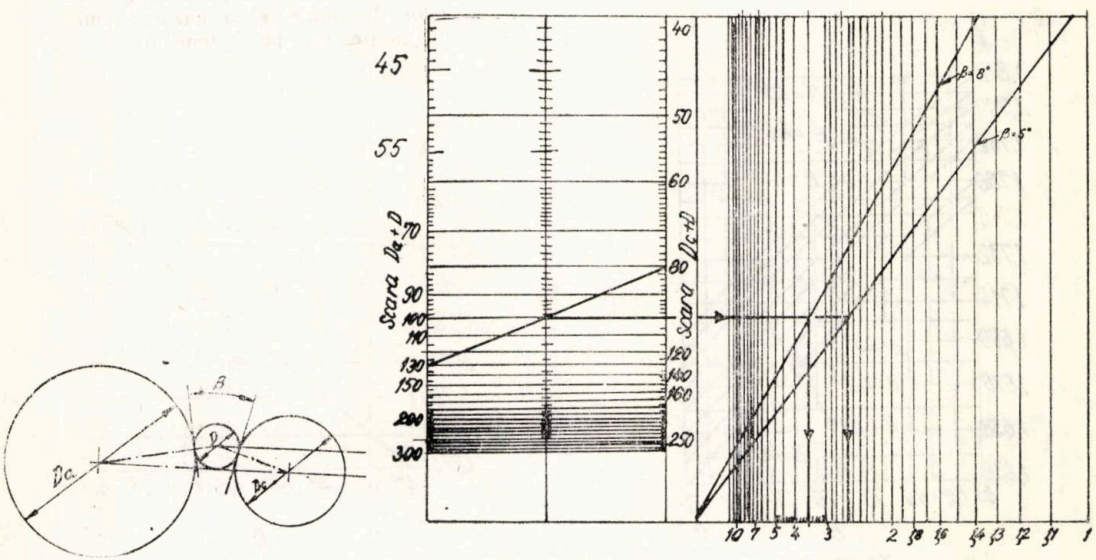
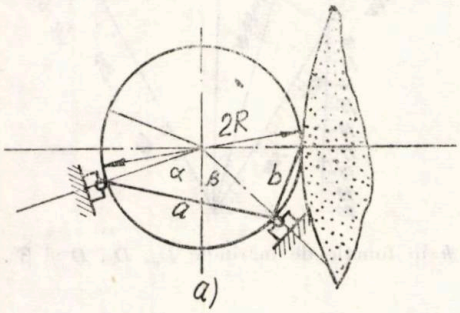


Fig. 4. — Rezolvarea nomografică a relației (1).

3. Reglarea la dimensiunea de lucru a mașinilor de rectificat elemente de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe

Principiul rectificării elementelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe, rezultă din fig. 5, respectiv fig. 6 și constă în înlocuirea discului conducător și a riglei de susținere de la procedeul clasic de rectificare fără centre, cu două reazeme fixe instalate pe carcasa cutiei de viteze, prin intermediul unei plăci de bază [2], [4].

Pentru determinarea parametrilor de reglaj la dimensiunea de lucru, considerăm reprezentarea grafică din fig. 7. Astfel, în timpul rotirii inelului de rectificare, în dreptul reazemelor m și n pot ajunge alternativ proeminențe sau goluri de pe suprafața de bazare. Dacă presupunem că în dreptul reazemului m ajunge o proveminență, inelul va fi deplasat în lungul razei vectoare Om cu mărimea vectorială **K**. Însă, datorită menținerii con-



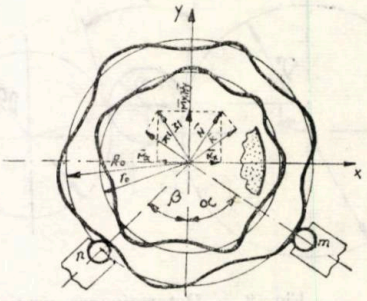
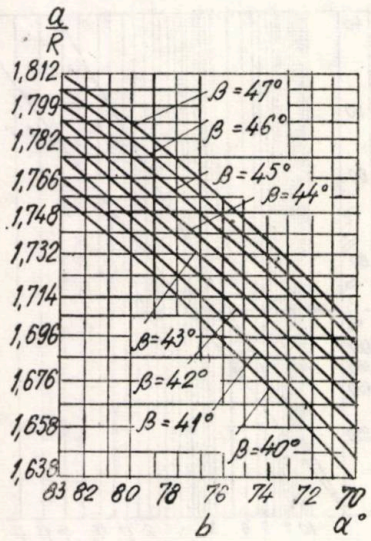


Fig. 7. — Modelarea grafică a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea elementelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.



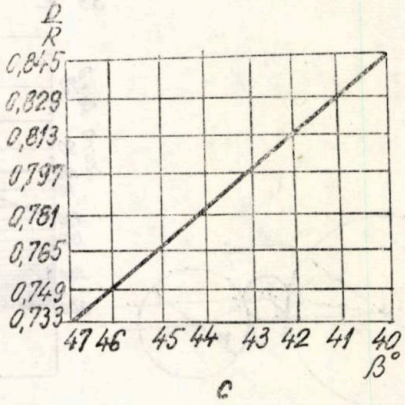


Fig. 8. — Nomogramă pentru verificarea poziției reazemelor fixe în funcție de raza inelelor de rectificat.

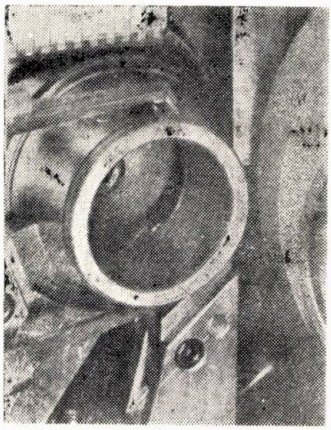


Fig. 5. — Rectificarea cilindrică exterioară a elementelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.

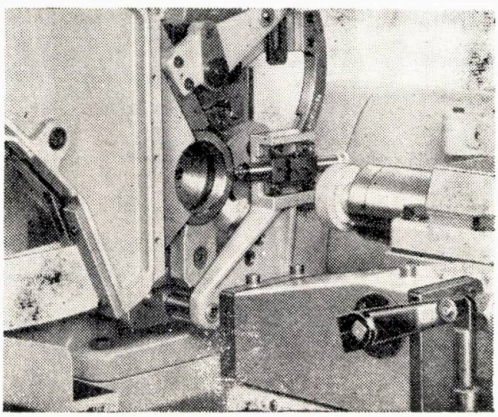


Fig. 6. — Rectificarea cilindrică interioară a elementelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.

tactului în n, centrul de rotație al inelului se va deplasa pe o direcție perpendiculară pe raza vectoare On cu mărimea vectorială **M**. În mod analog se deplasează centrul de rotație al inelului de rectificat în raport cu poziția inițială, cînd proeminența respectivă ajunge în dreptul reazemului n.

Însă, vectorii **M** și **N** se descompun pe direcțiile x și y. Dacă deplasările pe direcția y sînt neglijate, întrucît introduc erori de prelucrare foarte mici, se observă că rămîn deplasările pe axa x care pot fi considerate vibrații armonice, suma lor producînd tot o vibrație armonică [1].

Dacă considerăm că suprafața de bazare are n ondulații cu amplitudinea A_n, se poate demonstra ușor [1] că acestea se copie pe suprafața prelucrată tot în număr n, însă cu amplitudinea a_n a cărei valoare depinde de valorile unghiulare α, β și numărul ondulațiilor n de pe suprafața de bazare. Raportul de transfer al abaterilor de formă de pe suprafața de bazare, pe suprafața prelucrată, se determină cu relația [1]

$$(2) \qquad C_n = \frac{a_n}{A_n} = \frac{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\cos n(\alpha+\beta)}}{\sin(\alpha+\beta)}.$$

Condiția unei reglări corecte a sistemului tehnologic la dimensiunea de lucru impune ca relația (2) să fie subunitară, și anume, cît mai apropiată de zero. Aceasta se poate face prin provocarea prealabilă a unui număr n constant de ondulații pe suprafața de bazare a inelelor și apoi corelarea valorilor unghiulare α și β astfel încît relația (2) să capete valori apropiate de zero.

Pentru operativitatea transpunerii pe echipamentul tehnologic destinat instalării semifabricatelor a datelor obținute cu (2), a fost elaborată diagrama din fig. 8, care permite o verificare ușoară și simplă a valorilor unghiulare α și β în funcție de raza R a inelelor de rectificat.

4. Concluzii

Determinarea corectă a parametrilor care caracterizează reglarea la dimensiunea de lucru a mașinilor de rectificat elemente de rulmenți, prezintă o mare importanță pentru creșterea calității prelucrării mecanice a acestora. De asemenea, elaborarea unor metodologii practice adecvate pentru reglarea sistemelor tehnologice la dimensiunea de lucru, prezintă deosebite avantaje atît în ce privește corectitudinea reglării, cît și a operativității operației respective.

Primită la 10 martie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia construcției de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Coman Gh., *Transferul erorii de bazare la rectificarea interioară fără centre cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *1–2*, s.IV (1973).

2. Coman Gh., Badea V., *Tehnologii moderne de prelucrare a rulmenţilor.* Maşini-unelte şi prelucrarea metalelor prin aşchiere, *4* (1973).
3. Coman Gh. ş. a., *Probleme actuale ale finisării şi suprafinisării suprafeţelor pieselor de maşini.* INID, Buc., 1973.
5. Reeka D., *Zusammenhang zwischen Schleifspaltgeometrie Bearbeitungsbeidingungen und Rundheitsfehler beim spitzenlosen Schleifen.* Ind. Anz., **90**, *24* (1968).
6. Verson M. D., *Developpments in Cold Extrusion. Production of Bearing Races.* Metall Forming, **36**, *4* (1969).
7. * * * *Конструкчий и наладка автоматических линий и спечиалных станков.* Высшая школа, Москва (1973).

THE ADJUSTEMENT MACHINE TOOLS FOR GRINDING THE BEARING ELEMETS TO THE WORK DIMENSION

(Summary)

This work shows the necessity of the correct regulation to the work dimension of the machine tools for grinding bearings elements and studies the conditions and the methods for the regulation to the work dimension of the clasical machine tools and that ones with the lay of the semi-finished products on the shoes for the bearings elements grinding. The work is ending with conclusions and practical recomandations.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

ASUPRA UNUI FENOMEN TRANZITORIU ÎN FUNCȚIONAREA CILINDRILOR PNEUMATICI UTILIZAȚI ÎN ACȚIONAREA DISPOZITIVELOR DE STRÎNGERE

DE

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL și M. NECȘULESCU

În exploatarea dispozitivelor de lucru cu acționare pneumatică, se observă un oarecare decalaj între momentul admisiei aerului comprimat în cilindrul pneumatic și realizarea forței de strîngere nominale, decalaj pus pe seama timpului necesar umplerii cilindrului pneumatic.

Punerea în evidență a acestui fenomen este importantă atît din punct de vedere teoretic cît și din punct de vedere practic, întrucît acesta ar explica unele aspecte ale variației în timp a preciziei semifabricatelor poziționale în dispozitivele acționate cu cilindri pneumatici.

În lucrarea de față se prezintă aparatura, metodologia de punere în evidență a acestui fenomen, precum și unele rezultate ale experimentărilor făcute pe un cilindru pneumatic tipizat și cu dublu efect, utilizat la Uzina de piese auto din Colibași.

În fig. 1 este prezentat dispozitivul utilizat pentru experimentări. Cilindrul pneumatic cu dublu efect *1*, etanșat cu garnituri de cauciuc de tip manșetă, dezvoltă forțele P_1 și P_2 corespunzătoare presiunilor p_1 și p_2 care acționează pe cele două fețe ale pistonului. Forțele P_1 și P_2 pot fi măsurate cu dinamometrul *2* cu corp de deformare de tip inel, iar presiunile p_1 și p_2 cu manometrele *3* și *4*. Funcționarea dispozitivului este comandată de ventilul de distribuție plan *5*. Toate elementele menționate sînt montate pe un suport comun *6*. Dispozitivul permite și determinarea randamentului η.

Metodologia cercetării este următoarea : cu ajutorul dinamometrului *2* și a manometrelor *3* și *4* se măsoară variația în timp a forțelor P_1 și P_2 precum și a presiunilor p_1 și p_2. Pentru punerea în evidență a fenomenelor tranzitorii, se variază și presiunile nominale p_1 și p_2. Forțele teoretice nominale P_{1t} și P_{2t} se determină pe baza dimensiunilor constructive efective și a presiunilor nominale citite la manometrele *3* și *4*.

Pentru evedențierea modului de etanșare a cilindrului pneumatic, s-au trasat și curbele de variație ale randamentelor η_1 și η_2 corespunzătoare celor două sensuri de lucru ale pistonului cilindrului, funcție de presiunile p_1 și p_2 indicate de manometrele *3* și *4*, randamentele η_1 și η_2 fiind obținute cu relațiile

$$\eta_1 = \frac{P_{1\max}}{P_{1t}}, \qquad \eta_2 = \frac{P_{2\max}}{P_2}.$$

Datele obținute au fost prelucrate în mod corespunzător și trecute în diagramele din fig. 2 și 3.

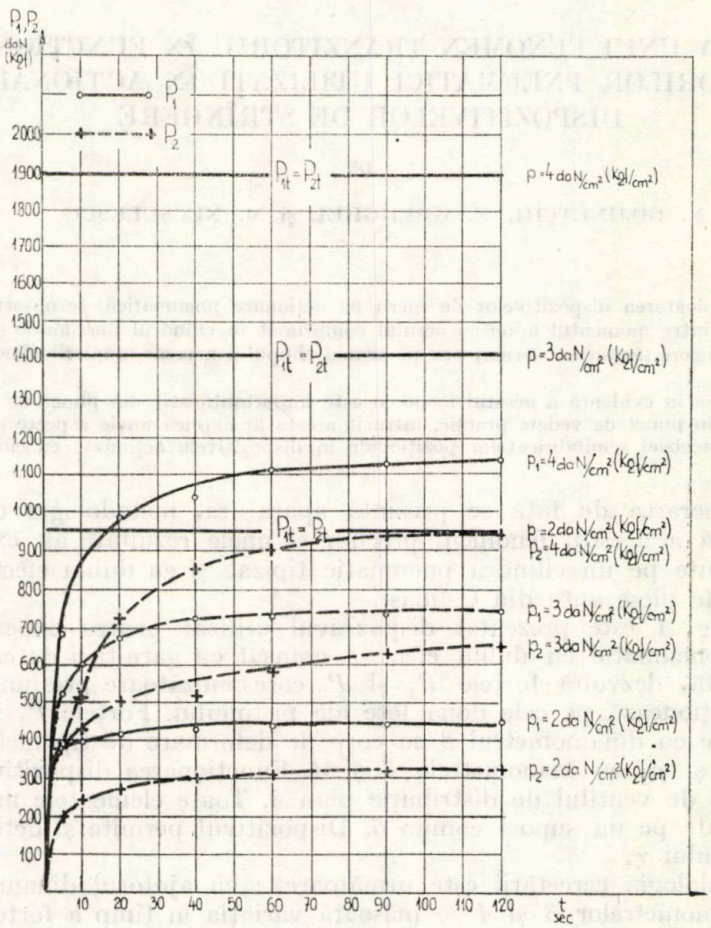
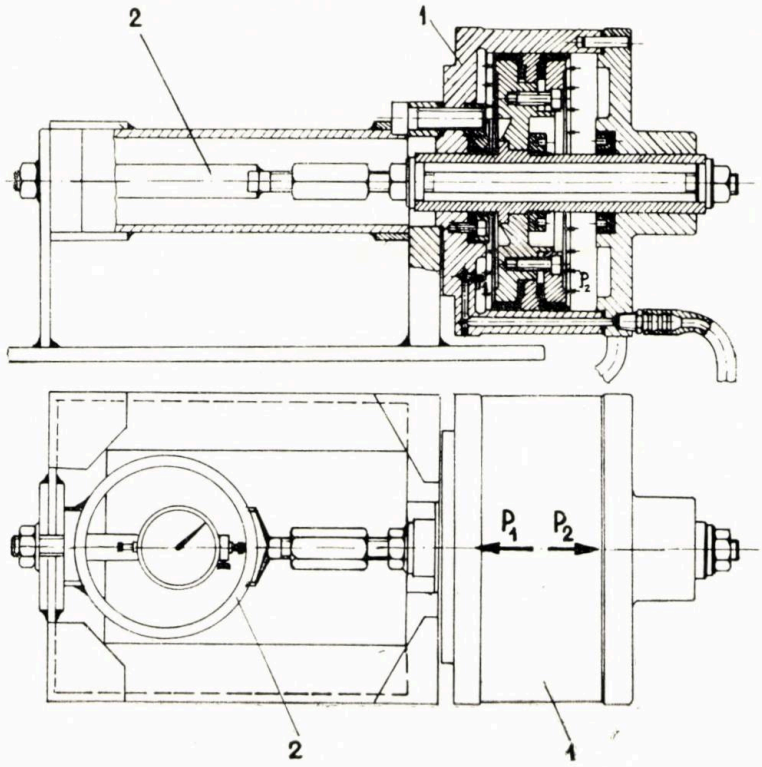
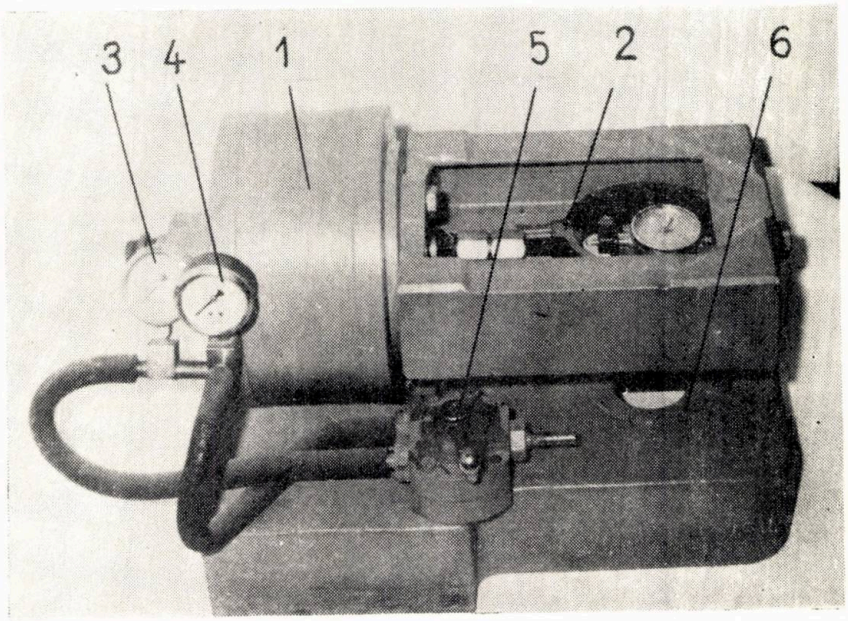


Fig. 2

Din cercetările experimentale efectuate, s-a observat că în timp ce presiunile p_1 și p_2 citite la manometrele *3* și *4* (fig. 1) se stabilizează după circa 0,5—1 sec forțele P_1 și P_2 se stabilizează după 60—120 sec, în primele 5 sec atingîndu-se abia 40 ... 60% din valoarea maximă efectivă, așa cum rezultă și din diagramele din fig. 2. Acest fenomen de întîrziere este cu atît mai evident cu cît presiunea este mai mare. Ipotetic se poate



a)



b)

Fig. 1

afirma că fenomenul de întîrziere s-ar datora relaxării garniturilor de etanșare combinată cu acțiunea lubrifiantului asupra etanșării. În cazul nostru această etanșare a fost normală avînd în vedere variațiile randamentelor η_1 și η_2 în domeniul presiunilor la care s-a lucrat așa cum rezultă din fig. 3.

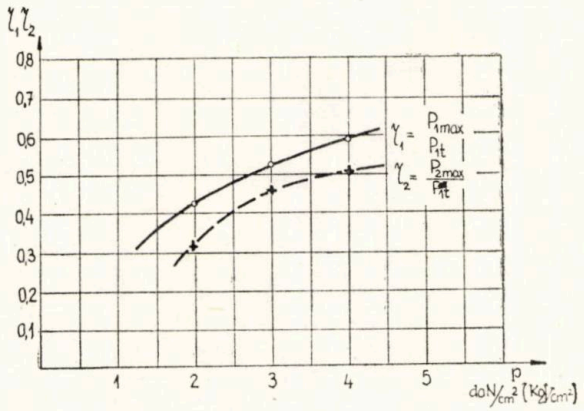


Fig. 3

Cercetări mai complete vor trebui să elucideze cauzele și consecințele acestui fenomen tranzitoriu asupra preciziei de prelucrare a semifabricatelor poziționate în dispozitivele acționate de cilindri pneumatici.

Primită la 18 decembrie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

QUELQUES ASPECTS CONCERNANT UN PHENOMÈNE TRANSITOIRE DANS LE FONCTIONNEMENT DES CYLINDRES PNEUMATIQUES UTILISÉS DANS LA MISE EN MOUVEMENT DES DISPOSITIFS DE SERREMENT

(Résumé)

L'ouvrage se réfère à l'appareillage, à la méthodologie et aux quelques résultats des recherches expérimentales concernant le phénomène de retardement qui se manifeste dans les périodes initiales de fonctionnement des cylindres pneumatiques utilisés dans la mise en mouvement des dispositifs de serrement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.924

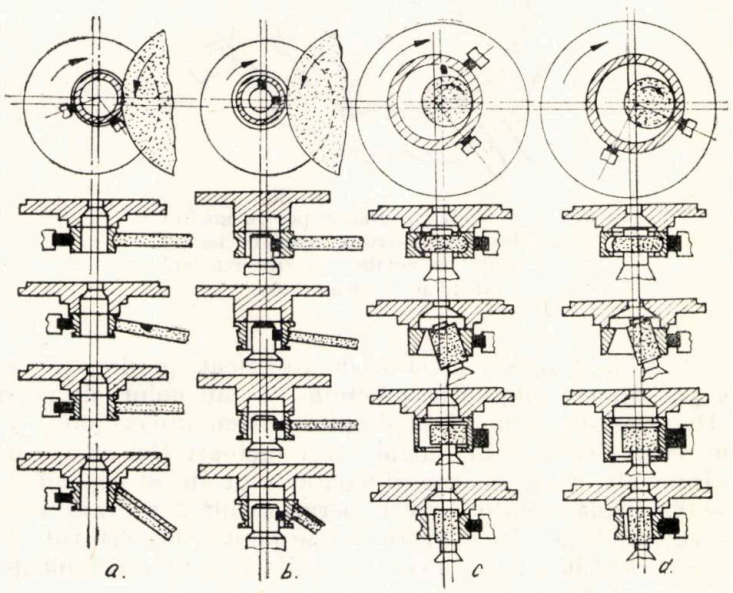
CREȘTEREA PRECIZIEI PRELUCRĂRII MECANICE PRIN RECTIFICARE A ELEMENTELOR DE RULMENȚI

DE

GH. COMAN

1. Introducere

Rectificarea elementelor de rulmenți se realizează aproape exclusiv după metoda rectificării fără centre, prin două procedee: rectificarea cilindrică exterioară pe mașini clasice de rectificat fără centre și rectificarea cilindrică exterioară și interioară fără centre, cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe [1], [2], (fig. 1).



Fi . 1. — Rectificare exterioară (*a*, *b*) și interioară (*c*, *d*) a elementelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.

Analiza preciziei prelucrării mecanice pentru cel de al doilea procedeu prezintă o importanță deosebită întrucît este un procedeu relativ nou, fiind deci puțin studiat, și tinde să se generalizeze, datorită avantajelor pe care le prezintă în fabricație.

Într-o lucrare anterioară [1], autorul a prezentat un model cinematic privind transferul erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea interioară a inelelor de rulmenți cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe. În această lucrare se generalizează modelul respectiv și se prezintă metodologia rezolvării acestuia pe mașini electronice de calcul.

2. Modelarea transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea elementelor de rulmenți

Pentru modelarea matematică a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea elementelor de rulmenți, se consideră reprezentarea grafică din fig. 2.

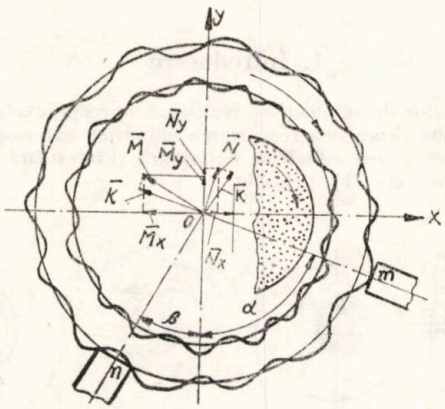


Fig. 2. — Modelare grafică pentru analiza cinematică a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea fără centre pe reazeme fixe.

Astfel, în timpul rotirii inelului de rectificat, în dreptul reazemelor fixe m și n pot ajunge alternativ proeminențe sau goluri de pe suprafața de bazare. Dacă presupunem că în dreptul reazemului m ajunge o proeminență, inelul va fi deplasat în lungul razei vectoare Om cu mărimea vectorială **K**. Însă, datorită menținerii contactului în n, centrul de rotație al inelului se va deplasa pe o direcție perpendiculară pe raza vectoare On cu mărimea vectorială **M**. În mod analog se deplasează centrul de rotație al inelulul de rectificat în raport cu poziția inițială, cînd proeminența respectivă ajunge în dreptul reazemului n.

Dacă considerăm că suprafața de bazare are n ondulații cu amplitudinea A_n, se poate demonstra ușor [1] că acestea se copie pe suprafața prelucrată tot în număr n, însă cu amplitudinea a_n a cărei valoare depinde de valorile unghiulare α, β și numărul ondulațiilor n de pe suprafața de bazare,

$$(1) \qquad a_n = A_n \frac{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\cos n(\alpha+\beta)}}{\sin(\alpha+\beta)}$$

şi decalate cu valoarea

$$(2) \qquad \psi_n = \frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\left[\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{n(\alpha+\beta)}{2}\right].$$

Însă, relaţia (1) poate fi pusă sub forma

$$(3) \qquad C_n = \frac{a_n}{A_n} = \frac{\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\cos n(\alpha+\beta)}}{\sin(\alpha+\beta)}$$

şi permite discutarea în ce condiţii $C_n < 1$, $C_n = 1$, $C_n > 1$, adică a condiţiilor în care eroarea de bazare se copie la o scară mai mică, egală, sau mai mare pe suprafaţa prelucrată.

În cazul rectificării exterioare metoda de calcul este analoagă, însă datorită faptului că suprafaţa de bazare coincide cu suprafaţa prelucrată (fig. 1 *a*), după fiecare rotaţie a piesei de prelucrat ondulaţiile de pe suprafaţa de bazare se modifică. În aceste condiţii, dacă în relaţia (1) se introduce succesiv (3), se obţine.

$$(4) \qquad \begin{aligned} a_{n1} &= A_n C_n, \\ a_{n2} &= a_{n1} C_n = A_n C_n^2, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ a_{nk} &= a_{n(k-1)} C_n = \ldots = A_n C_n^k, \end{aligned}$$

unde k reprezintă numărul total de rotaţii ale semifabricatului pînă la îndepărtarea completă a adaosului de prelucrare.

Însă,

$$(5) \qquad k = \frac{A_c}{S_t},$$

unde A_c — adaosul total de prelucrare, mm; S_t — avansul transversal mm/rot.

Dacă din condiţii prealabile se impune mărimea adaosului de prelucrare A_c şi amplitudinea ondulaţiilor finale a_n, pe suprafaţa prelucrată rezultă

$$(6) \qquad S_t \leqslant \frac{A_c \log C_n}{\log a_{nk} - \log A_n}$$

sau, dacă se impune din alte condiţii tehnologice mărimea avansului transversal S_t, se poate determina valoarea minimă admisibilă a adaosului de prelucrare

$$(7) \qquad A_c \geqslant \frac{S_t(\log a_{nk} - \log A_n)}{\log C_n}.$$

Pentru a se asigura copierea la o scară redusă a erorii de bazare pe suprafața prelucrată, este necesar ca $C_n < 1$, ceea ce se poate obține pe două căi:

a) fie, în funcție de numărul ondulațiilor n de pe suprafața de bazare se stabilesc valorile α și β astfel încît să rezulte $C_n < 1$;

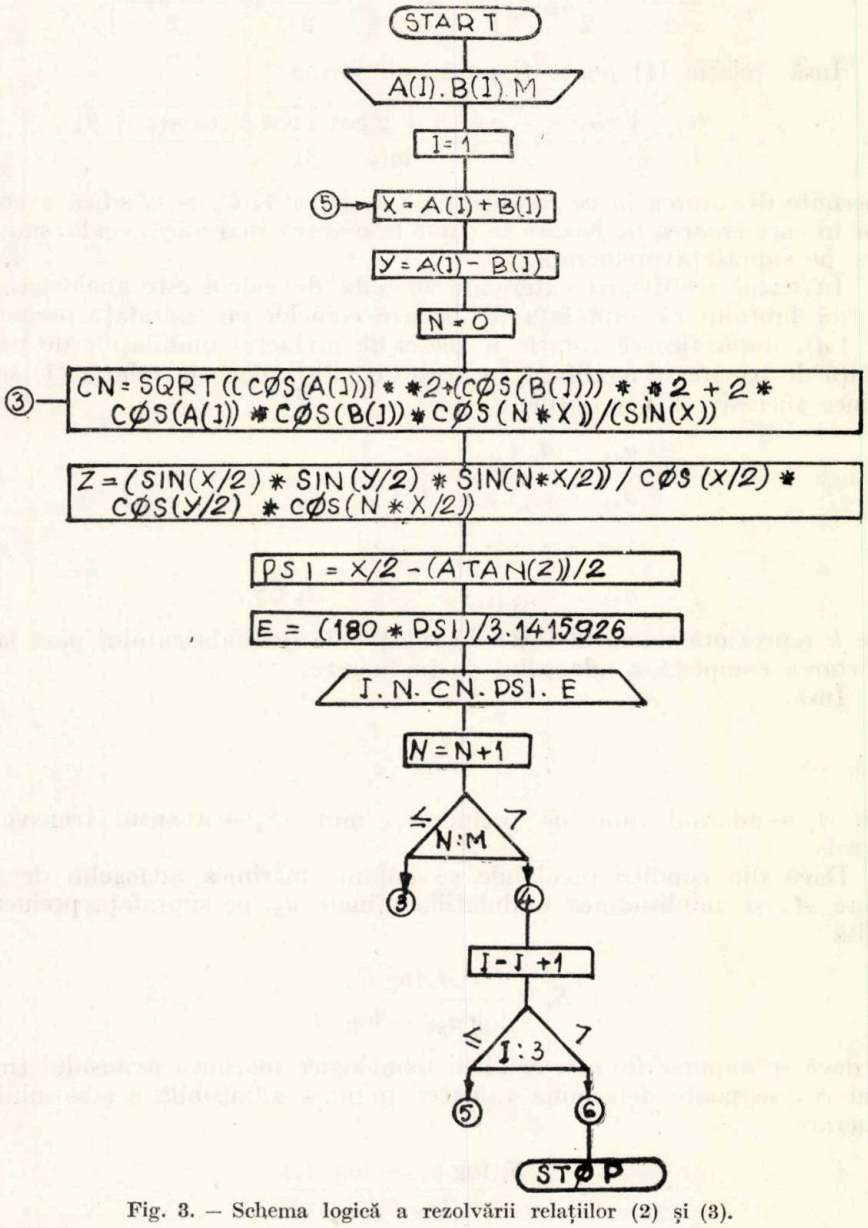


Fig. 3. — Schema logică a rezolvării relațiilor (2) și (3).

```
.          JOB PROGR1,AN:33C4,PN:COMANGH PROGR1      02/09/74  19.00.43
.          COMPILE FORTRAN,OBL
FORTRAN  STARTED

 1           DIMENSION A(3),B(3)                                              3
 2           READ(105,1)M,(A(I),I=1,3),(B(I),I=1,3)                           4
 3         1 FORMAT(I4/3F11.7/3F11.7)                                         5
 4           I=1                                                              6
 5         5 X=A(I)+B(I)                                                      7
 6           Y=A(I)-B(I)                                                      8
 7           N=0                                                              9
 8         3 CN=SQRT((COS(A(I)))**2+(COS(B(I)))**2+2.*COS(A(I))*COS(B(I))*COS(N  10
 9          6*X))/(SIN(X))                                                    11
10           Z=(SIN(X/2.)*SIN(Y/2.)*SIN(N*X/2.))/(COS(X/2.)*COS(Y/2.)*COS(N*X/2  12
11          6.))                                                              13
12           PSI=X/2.-(ATAN(Z))/2.                                            14
13           E=(180*PSI)/3.1415926                                            15
14           WRITE(108,2)I,N,CN,PSI,E                                         16
15         2 FORMAT(2I4,3F14.7)                                               17
16           N=N+1                                                            18
17           IF(N-M)3,3,4                                                     19
18         4 I=I+1                                                            20
19           IF(I-3)5,5,6                                                     21
20         6 STOP                                                             22
21           END                                                              23
```

Fig. 4. — Copia imprimantei cu programul compilat în limbaj FORTRAN pentru calcularea funcțiilor (2) și (3).

b) fie, corespunzător unor valori stabilite prealabil pentru α și β se provoacă la prelucrările mecanice precedente un număr n de ondulații care conduc la valori $C_n < 1$.

Întrucît valorile unghiurilor α și β se stabilesc și din condiții de stabilitate a procesului de lucru, consider că cea de a doua cale este mai rațională de folosit în practică, mai ales că acest lucru se poate fâce foarte simplu.

Pentru determinarea numărului optim n de ondulații pe suprafața de bazare, în funcție de diferite valori prestabilite ale unghiurilor α și β, determinate din condiții de stabilitate a procesului de lucru, relațiile (2) și (3) au fost rezolvate pe calculatorul FELIX C 256 după schema logică din fig. 3.

În fig. 4 se prezintă copia imprimantei cu programul compilat în limbaj FORTRAN pe baza căruia s-au utilizat relațiile (2) și (3) pentru diferite valori α și β.

3. Concluzii

Modelarea cinematică a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată la rectificarea fără centre a elementelor de rulmenți, cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe, permite analiza corectă a condițiilor care conduc la creșterea preciziei de prelucrare a rulmenților fabricați. Folosirea calculatorului electronic la această analiză, permite efectuarea ei operativă pentru condiții practice multiple ale valorilor parametrilor de reglare ai sistemului tehnologic de rectificare. De asemenea, de aici se pot deduce concluzii practice concrete pentru proiectarea judicioasă a echipamentului tehnologic din dotarea mașinilor-unelte utilizate la operațiile tehnologice de prelucrare mecanică anterioare rectificării și anume, la strunjirea elementelor de rulmenți.

Primită la 1 septembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia construcției de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Coman Gh., *Transferul erorii de bazare la rectificarea interioară fără centre cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *1—2*, s. IV (1973).
2. Coman Gh., Badea V., *Tehnologii moderne de prelucrare a rulmenților.* Mașini-unelte și prelucrarea metalelor prin așchiere, *4* (1973).

IMPROVEMENT OF THE PRECISION OF MECHANICAL PRODUCTION IN GRINDING OF BEARING ELEMENTS

(Summary)

The author presents the cinematical modelling for the locating error transfer on the surfaces machined to the bearing elements grinding with locating the semi-finished products on the shoes. Also is given the methodology of solving this model on an electronic computer. The work presents finally conclusions and practical recomandations on the precision of the mechanical production in the bearing elements grinding improvement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ȘI EXPONENȚILOR DIN RELAȚIILE MOMENTULUI DE RĂSUCIRE ȘI A FORȚEI AXIALE LA BURGHIEREA MATERIALELOR ROMÂNEȘTI STANDARDIZATE, GRUPA FONTĂ CENUȘIE, TURNATĂ ÎN PIESE, STAS NR. 568-61

DE

AUREL RĂILEANU ȘI EMIL UNCHEȘEL

În această notă se dau rezultatele experiențelor făcute de autori pentru determinarea valorilor constantelor și a exponenților din relațiile forței axiale și a momentului de răsucire la burghierea fontelor cenușii, nealiate, cu grafit lamelar, și anume: Fc 10, Fc 15, Fc 20 și Fc 25. Piesele asupra cărora s-au executat încercări au fost procurate de la următoarele întreprinderi: Uzinele „Steagul Roșu"—Brașov, Uzinele „Nicolina"—Iași, Uzinele „1 Mai"—Ploești. La toate materialele cercetate s-au determinat în prealabil rezistența la rupere prin tracțiune, duritatea și structura.

Experiențele s-au făcut pe o mașină de găurit G 40 („Înfrățirea"—Oradea), lucrîndu-se cu următoarele avansuri: $s_1 = 0{,}11$ mm/rot, $s_2 = 0{,}16$ mm/rot, $s_3 = 0{,}22$ mm/rot și $s_4 = 0{,}32$ mm/rot. Burghiele folosite s-au procurat de la Fabrica de scule „Rîșnov", alegîndu-se burghie din oțel rapid cu unghiul de înclinare a canalului elicoidal $\omega_\alpha = 30°$ și cu raportul dintre grosimea miezului și diametru egal cu 0,15. Ele s-au ascuțit după metoda conică, la geometria următoare: $\alpha_\alpha = 12°$, $\psi = 55°$ și $2\varkappa = 120°$. Lichidul de răcire folosit a fost o soluție cu 5% săpun. În timpul lucrului materialul de încercat era fixat pe un dinamometru tip Paramanov.

Pentru determinarea valorilor numerice ale exponenților x_P, y_P, x_M, y_M și ale constantelor C_P și C_M, din relațiile forței axiale (1) și a momentului de răsucire (2):

$$(1) \qquad P = C_P\, d^{x_P}\, s^{y_P} \qquad (2) \qquad M = C_M d^{x_M} s^{y_M},$$

s-au trasat pe diagrame dublulogaritmice două rînduri de drepte la $d = \text{const.}$ și $s = \text{const}$, atît pentru forța axială, cît și pentru momentul de răsucire. În fig. 1 ... 4 se dau parte din diagramele obținute.

Cu datele experimentale pentru valorile avansului și diametrului burghielor, s-au stabilit valorile exponenților x_P, y_P, x_M, y_M și ale constantelor C_P și C_M așa cum se arată mai jos.

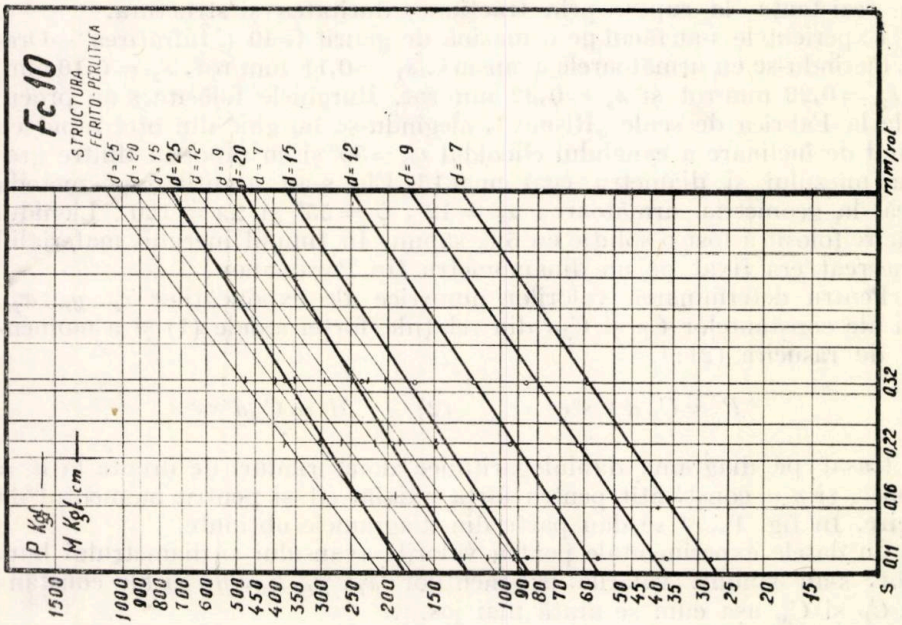

Fc 10
STRUCTURA
FERITO-PERLITICA
P Kgf.
M Kgf. cm
d=25
d=20
d=15
d=25
d=12
d=9
d=20
d=7
d=15
d=12
d=9
d=7
mm/rot
s
0.11
0.16
0.22
0.32

Fig. 1

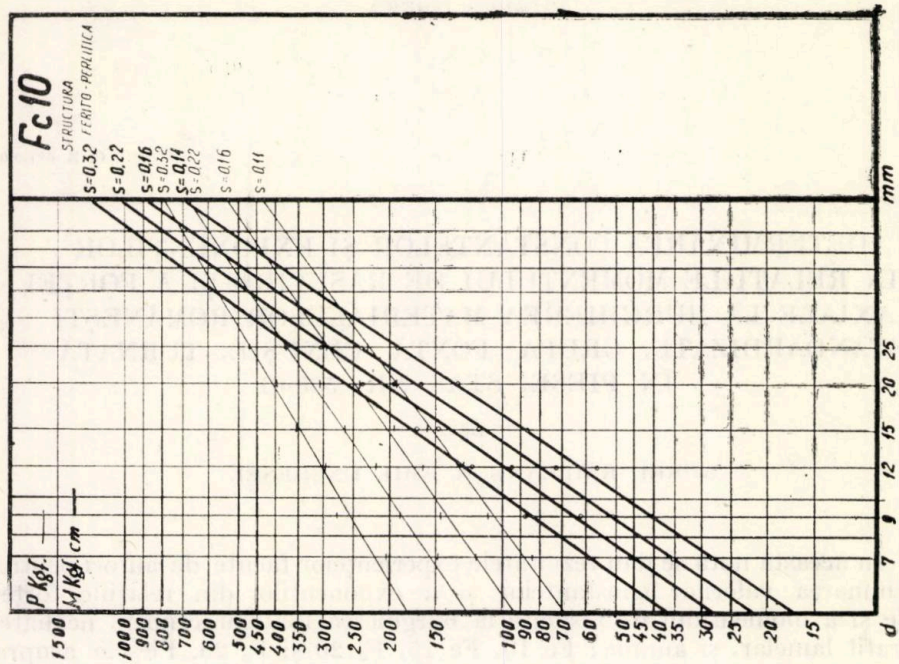

Fc 10
STRUCTURA
FERITO-PERLITICA
P Kgf.
M Kgf. cm
s=0.32
s=0.22
s=0.16
s=0.32
s=0.11
s=0.22
s=0.16
s=0.11
mm
d
7
9
12
15
20
25

Fig. 2

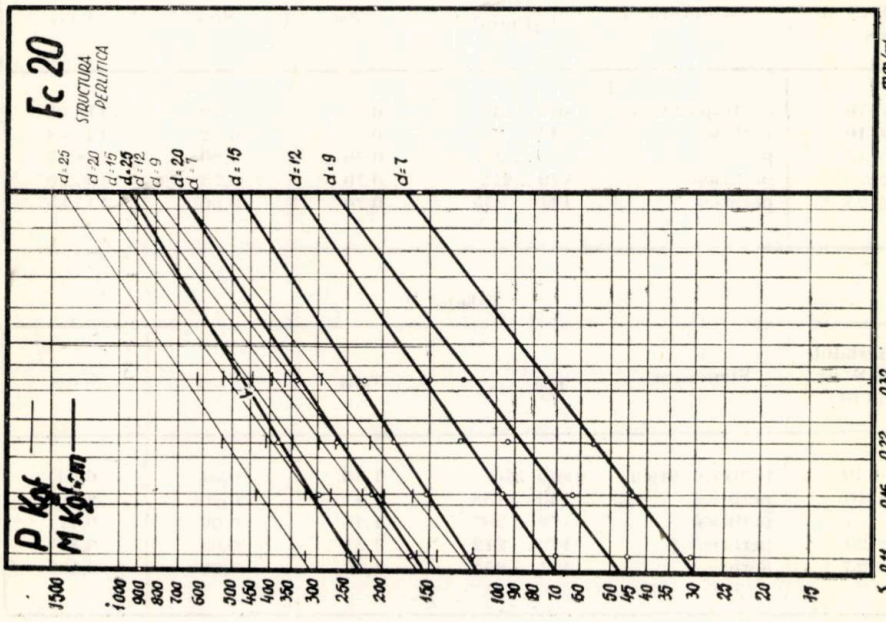

Fc 20
STRUCTURA PERLITICA
P Kgf
M Kgf.cm
d=25
d=20
d=15
d=12
d=9
d=7
mm/rd
S 0,11 0,16 0,22 0,32

Fig. 3

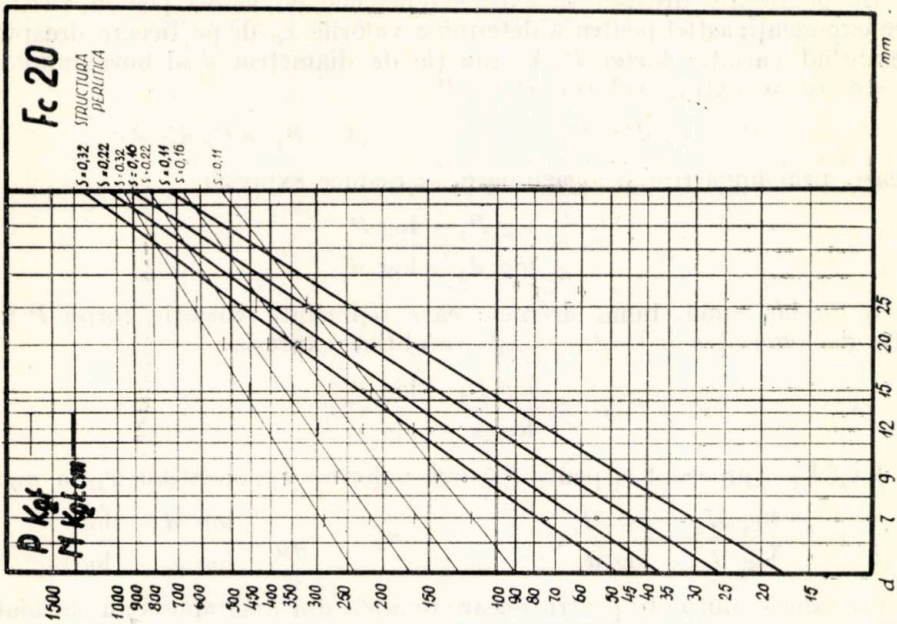

Fc 20
STRUCTURA PERLITICA
P Kgf
M Kgf.cm
S=0,32
S=0,22
S=0,16
S=0,11
mm
d 7 9 12 15 20 25

Fig. 4

De pe fiecare dreaptă se extrage o pereche de valori pentru fiecare dintre exponenți; astfel pentru a determina valorile x_P, de pe fiecare dreaptă reprezentînd variația forței P, în funcție de diametrul d al burghiului și la $s = \text{const}$ se extrag valorile P_1 și P_2:

$$P_1 = C_P\, d_1^{x_P}\, s^{y_P}, \qquad (3)$$

$$P_2 = C_P\, d_2^{x_P}\, s^{y_P} \qquad (4)$$

din care, prin împărțire și logaritmare, se deduce expresia:

$$x_P = \frac{\log P_2 - \log P_1}{\log d_2 - \log d_1}. \qquad (5)$$

În același mod, luînd dreptele care reprezintă variația forței P în funcție de avansul s și la $d = \text{const}$, se obține expresia:

$$y_P = \frac{\log P_2' - \log P_1'}{\log s_2 - \log s_1}. \qquad (6)$$

La fel s-a procedat și pentru găsirea valorilor exponenților x_M și y_M:

$$x_M = \frac{\log M_2 - \log M_1}{\log d_2 - \log d_1}, \qquad (7)$$

$$y_M = \frac{\log M_2' - \log M_1'}{\log s_2 - \log s_1}. \qquad (8)$$

Cu valorile obținute pentru fiecare dreaptă din diagrame s-au calculat valorile medii x_{Pm}, y_{Pm}, x_{Mm} și y_{Mm}, redate în tabelele 1 și 2.

Tabelul 1

Materialul (STAS nr. 568-61)	Structura	HB kgf/mm²	x_{Pm}	y_{Pm}	C_{Pm}
Fc 10	ferito-perlitică	sub 143	0,69	0,72	118 33
Fc 10	perlitică	143 ... 158	0,65	0,72	153,84
Fc 15	perlitică	179 ... 207	0,70	0,80	168,17
Fc 20	perlitică	179 ...212	0,70	0,73	159,70
Fc 25	perlitică	171 ... 255	0,70	0,66	145,83

Tabelul 2

Materialul (STAS nr. 568-61)	Structura	HB kgf/mm²	x_{Mm}	y_{Mm}	C_{Mm}
Fc 10	ferito-perlitică	sub 143	1,46	0,64	6,84
Fc 10	perlitică	143 ... 158	1,47	0,70	8,30
Fc 15	perlitică	179 ... 207	1,46	0,69	9,11
Fc 20	perlitică	179 ... 212	1,51	0,69	8,37
Fc 25	perlitică	171 ... 255	1,46	0,63	9,18

Constanta C_P se determină din relațiile:

$$(9) \qquad C_P = \frac{P}{d^{x_{Pm}} s^{y_P}} \qquad (10) \qquad C_P = \frac{P}{d^{x_P} s^{y_{Pm}}},$$

în care se introduc valorile forței P la $s = 1$ mm și $s = 10$ mm. Făcînd media acestor valori se obține o valoare medie C_{PM} dată în tabelul 1.

La fel, plecînd de la relațiile:

$$(11) \qquad C_M = \frac{M}{d^{x_{Mm}} s^{y_M}} \qquad (12) \qquad C_M = \frac{M}{d^{x_M} s^{y_{Mm}}}$$

s-au determinat valorile constantei C_{Mm}, indicate și ele în tabelul 2.

Primită la 14 iulie 1970

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Al. Rener, Bul. Inst. polit. Iași, VIII (XII), 3–4, 345 (1962).

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE ET DES MOMENTS CONCERNANT LE PERÇAGE DES FONTES ROUMAINES (STAS nr. 568-61)

(Résumé)

On détermine les valeurs des paramètres C_P, x_P, y_P et C_M, x_M, y_M, définis par les relations (1) et (2), pour des sortes de fontes grises moulées en pièces (fontes perlitiques).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1975
Secţia IV.
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REWIEWS РЕЦЕНЗИЙ

PICOŞ C., *Tehnologia construcţiei de maşini*. E. D. P., Buc., 1974, 560 p.

La fabrication des produits industriels à un haut niveau de calité, avec des dépenses minima de travail vif et matérialisé, constitue une préocupation principale de l'industrie constructice de machines. Pour réaliser ces objectifs, un rôle prépondérent est atribué à la formation et au perfectionnement continuu des cadres techniques supérieurs, qui ont le devoir de la hausse de la technicité de la production de machines, par l'introduction des technologies nouvelles dans la fabrication et par l'optimisation de celles existentes. Dans ce but, la publication de manuels, traités et d'autres publications adéquates présente une importance particulière.

A ce désideratum réponds le manuel *Technologie de la construction de machines*, du professeur C. P i c o ş, publié dans l'E. D. P., Bucarest, 1974. Évidemment, l'ouvrage est destiné principallement aux étudients de la section de Technologie de la construction des machines des Institute supérieurs. Mais, par la manière d'aborder les problèmes, par son niveau scientifique, l'ouvrage s'adresse et aux spécialistes de la production et des Instituts de recherches.

L'ouvrage constitue le resultat d'une activité didactique de vingt ans à l'École Polytechnique de Jassy. Il faut remarquer la présentation logique et de haut niveau scientifique des problèmes du cours, de même que la succession des conclusions quantitatives en utilisant un instrument mathématique moderne dans l'analyse de la technicité et de l'économicité des processus technologiques d'usinage, avec des conclusions qualitatives, logiques, dans la systématisation et la particularisation des domaines d'applicabilité des divers procédés technologiques d'usinage.

L'iuvrage est organisé dans les chapitres suivantes : Precessus de production ; processus technologique et leurs éléments constitutifs ; Précision en construction mécanique ; Calcul de l'erreur d'usinage ; Dualité des surfaces usinées ; Ablocage des pièces sur les machines ; Choix de l'ébauche et le calcul de la surépaisseur d'usinage ; Principes généraux concernant le calcul des projets des processus technologiques d'usinage mécaniques ; Questions économiques et de management concernant la réalisation des processus technologiques ; Normalisation technique ; Usinage des troux (orifices) ; Usinage des arbres ; Usinage des pièces complexes ; Usinage des surfaces planes ; Usinage des surfaces complexes ; Usinage des surfaces élicoïdales ; Usinage des angrenages ; Équilibrage des pièces en rotation ; Méthodes d'usinage de haute productivité ; Méthodes éléctriques d'usinage des métaux ; Technologie d'assamblage des machines.

Il est notoire que le volume de connaissances et d'innovations technologiques redouble tous les 2 ou 3 ans, pendant que le volume general des connaissances scientifiques redouble tous les 10 ans. C'est pour quoi l'élaboratiin d'un ouvrage à caractère technologique pose des difficultés nombreuse concernant la sélection des problèmes de contenu. L'auteur a le mérite d'avoir réussi à élaborer un ouvrage de synthèse avec un contenu théorique généralisateur, en maintenant leurs viabilité dans le développement ultérieur du volume de connaissances et d'innovations technologiques.

L'ouvrage est une contribution importante de l'auteur au développement de la technologie de la construction de machines, avec des conséquences favorables sur la formation des étudiants des sections de spécialités de l'enseignement technique supérieur, le perfectionnement des spécialistes des institute de recherches et de la production.

Gh. Coman, I. Condrea

* * * *Freze frontale tip ROMASCON.* Institutul politehnic din Iaşi, prin Atelierul de producţie al Catedrei de maşini-unelte, scule şi tehnologia metalelor de la Facultatea de mecanică, produce şi livrează pe bază de comenzi freze frontale cu ascuţire continuă de mare productivitate. Aceste freze se execută după licenţă proprie (brevet nr. 57841/1974) într-o gamă constructiv-dimensională foarte largă. La prelucrarea suprafeţelor plane deschise, ghidajelor maşinilor-unelte şi a altor suprafeţe plane combinate se obţin cele mai mari productivităţi, iar calitatea şi precizia sînt corespunzătoare prelucrării de finisare prin rectificare.

Frezele frontale cu ascuţire continuă se execută cu dinţi demontabili, care se armează cu plăcuţe metalo-ceramice, fie prin brazare, fie prin fixare mecanică cu şuruburi şi pene. Caracteristica de bază a acestor freze constă în faptul că operaţia de ascuţire şi reascuţire se reduce la o simplă rectificare conică, continuă, pe maşini universale de ascuţit, de rectificat, sau chiar pe maşini de frezat. Acest lucru este asigurat de forma tronconică a dinţilor şi de prezenţa unor canale în corpul frezei, prin care dinţii sînt poziţionaţi pentru aşchiere şi pentru ascuţirea şi reascuţirea suprafeţelor de aşezare şi de degajare, cu ajutorul unui ştift sau chiar a plăcuţei metalo-ceramice.

În raport cu alte construcţii de freze, frezele cu ascuţire continuă, denumite şi freze ROMASCON prezintă următoarele avantaje : construcţie şi tehnologie de execuţie foarte simple ; exploatare simplă şi întreţinere uşoară ; reglare individuală comodă a dinţilor în raport cu axa corpului frezei ; reducerea timpului de reascuţire de la 1—4 ore la numai 10—15 min, cu creşterea corespunzătoare a vitezei economice de frezare şi a productivităţii ; reducerea preţului de cost ; creşterea durabilităţii totale a frezei de 5—10 ori ; îmbunătăţirea calităţii suprafeţelor prelucrate chiar şi în regim de semidegroşare, $R_a = 0{,}4 \ldots 0{,}8$ μm, datorită prezenţei tăişurilor de trecere, eliminării bătăilor frontale şi măririi rigidităţii frezei.

Frezele frontale tip ROMASCON pot fi folosite la prelucrarea oţelurilor, fontelor şi altor materiale, atît în regim de finisare cît şi de degroşare. Se recomandă utilizarea lor la viteze de aşchiere cît mai mari şi pe sisteme tehnologice rigide.

M. Cozmîncă

1976 JUN 2

40822

F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1975

OMSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXI (XXV)

Fasc. 3—4

SECŢIA IV **MECANICĂ TEHNICĂ**

1975

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ.

Prof. dr. doc. ing. T. FĂRCAȘ
Prof. dr. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. Cr. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Asist. ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4 1975

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

C. HUIU, K. V. LEUNG (Canada), D. MANGERON şi M. N. OGUZTORELI (Canada), Problema de difuzie cu operatori întîrziaţi (I) (engl., rez. rom.) 7

ALFRED BRAIER, şi GH. SAVITESCU Observaţii asupra mişcării într-un cîmp newtonian (franc., rez. rom.) 13

ELISABETA RUSU, Asupra problemei plane din teoria generalizată a termoelasticităţii micropolare cuplate (engl., rez. rom.) 17

C. HUIU Unele aspecte grafice plan-axiale ale problemelor de determinări de distribuţii de viteze şi de acceleraţii în mişcarea spaţială a rigidului (I) (rom., rez. franc.) 23

M. D. GAFIŢANU şi C. R. RACOCEA, Rulmenţi axiali pentru ambreiaje — capacitate dinamică şi durabilitate (engl., rez rom.) 29

LIVIU T. HOSTIUC, Dimensionarea bucşelor-lagăr untilizate în mecanica fină (rom., rez. franc.) 37

GH. AILINCĂI, I. ALEXANDRU, ADRIAN DIMA şI LIVIU TĂMĂŞDAN, Modificări în structura şi caracteristicile mecanice ale oţelului de scule C-120 prin tratament termic la temperaturi sub zero grade (rom., rez. engl.,) 43

C. PICOŞ, V. BRAHA, DRAGOŞ PARASCHIV şi LAURENŢIU SLĂTINEANU, Influenţa vitezei de aşchiere şi a avansului asupra vibraţiilor pe direcţia componentei P_y la strunjirea longitudinală (rom., rez. franc.) . 49

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA şi RADU LUCA, Încercarea unor entalpmetre pentru abur umed de joasă presiune (I) (rom., rez. franc.) 55

GH. CAŞLER şi N. GOJINEŢCHI, Contribuţii privind dinamica ascuţirii burghielor elicoidale după procedeul cilindro-eliptic dublu (germ., rez rom.) 61

I. CONDREA, VLADIMIR BURGARD şi TITUS NESTOR, Cercetarea experimentală a sistemelor hidraulice de urmărire ale strungurilor de copiat (rom., rez. franc.) 65

BORIS PLĂHTEANU şi N. GHERGHEL, Cercetări asupra performanţelor ascuţirii electrochimice abrazive a sculelor armate cu plăcuţe din carburi metalice (rom., rez. franc.) 69

M. D. GAFIŢANU, C. R. RACOCEA şi D. BONTAŞ, Rulmenţi axiali pentru ambreiaje—particularităţi funcţionale şi fenomene de deteriorare (engl., rez. rom.) 73

RECENZII 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXI (XXV), Fasc. 3–4 1975

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

C. HUIU, K. V. LEUNG (Canada), D. MANGERON and M. N. OGUZTORELI (Canada), Diffusion Problem with Time-lage (I) (English, Romanian summary) 7

ALFRED BRAIER et GH. SĂVITESCU, Remarques concernant le mouvement dans un champ newtonien (French, Romanian summary) 13

ELISABETA RUSU, On the Plane Problem in the Generalized Theory of Coupled Micropolar Thermoelasticity (English, Romanian summary) . 17

C. HUIU, Quelques aspects graphiques plan-axiels des problèmes des distributions des vitesses et des accélérations dans le mouvement général du rigide (I) (Romanian, French summary) 23

M. D. GAFIŢANU and C. R. RACOCEA, Thrust Clutch Bearings — Dynamic Capacity and Life (English, Romanian summary) 29

LIVIU T. HOSTIUC, La détermination des dimensions des coussinets du palier utilisés dans la Mécanique de Finesse (Romanian, French summary) 37

GH. AILINCĂI, I. ALEXANDRU, ADRIAN DIMA and LIVIU TĂMĂŞDAN, Changes in Structure and Mechanical Characteristics of C120 High Alloy Steel under Thermical Treatment below 0°C (III) (Romanian, English summary) 43

C. PICOŞ, V. BRAHA, DRAGOŞ PARASCHIV et LAURENŢIU SLĂTINEANU, Influence de la vitesse et de l'avance de coupe sur les vibrations à la direction de la force P_y au tournage longitudinal (Romanian, French summary) 49

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA et RADU LUCA, Essay d'un entalpmètre pour vapeur à basse pression (I) (Romanian, French summary) 55

GH. CAŞLER und N. GOJINEŢCHI, Beitrag zur Dynamik der zweiseitig zylindrisch-elliptischen Schleifens von Spiralbohrern (German, Romanian summary) 61

I. CONDREA, VLADIMIR BURGARD et TITUS NESTOR, Recherche expérimentale des systèmes hydrauliques des tours à copier (Romanian, French summary) 65

BORIS PLĂHTEANU et N. GHERGHEL, Recherches sur les performances de l'affutage des outils armés aux plaquettes en carbure de tungstène (Romanian, French summary) 69

M. D. GAFIŢANU, C. R. RACOCEA and D. BONTAŞ, Thrust Clutch Bearings —Operation Characteristics and Wear Phenomena (English, Romanian summary) 73

BOOK REVIEWS 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXI (XXV), Вып. 3–4 1975

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

К. ХУЮ, К. В. ЛОИНГ (Канада), Д. МАНДЖЕРОН и М. Н. ОГЮЗТОРЕЛИ (Канада), Диффузионный процесс с запаздыванием (I) (англ., рез. рум.) 7

АЛФРЕД БРАЙЕР и Г. САВИТЕСКУ, Замечания о движнии в ньютоновское поле (англ., рез. рум.) 13

ЭЛИСАБЕТА РУСУ, О плоскои задачи в обобщеннои теории связаннои микрополярнои термоэластичности (англ., рез, рум.) 17

К. ХУЮ, Графические плоско-аксиальные представления задач о распределении скоростей и ускорений в пространственном двинии твердых тел (I) (рум., рез. франц.) 23

М. Д. ГАФИЦАНУ и К. Р. РАКОЧЯ, Упорные подшипники качения для автомобильных фрикционных муфт — нагрузочная способности и долговечность (англ., рез. рум.) 29

ЛИВИЮ Т. ХОСТЮК, Расчет подшипниковых вкладышев употребляемых в прецизионной механике (рум., рез. франц.) 37

Г. АИЛИНКЭИ, И. АЛЕКСАНДРУ, АДРИАН ДИМА и ЛИВИЮ ТЭМЭШДАН, Изменения в структуре и механических характеристиках инструментальнои стали С 120 в следствие термический обработок нихе нуля (рум., рез. англ.) 43

К. ПИКОШ, В. БРАХА, ДРАГОШ ПАРАСКИВ и ЛАУРЕНЦИЮ СЛЭТИНИЯНУ, Влияние скорости резания и подачи на колебания по направлению силы P_y при подольном точением (рум. рез. франц.) 49

ДАН УРСЕСКУ, ВИКТОР ЗУБКУ, ВИРДЖИЛ ДЖЮРКЭ, Г. ДРАФТА и РАДУ ЛУКА, Испытание некогорых энтальпметров для нижнеи давление (I) (рум., рез. франц.) 55

Г. КАШЛЕР и Н. ГОЖИНЕЦКИ, Динамика заточки спиральных сверл по двойным цилиндро-эллиптическим поверхностям (нем., рез. рум.) 61

И. КОНДРЯ, ВЛАДИМИР БУРГАРД и ТИТУС НЕСТОР, Экспериментальное иследование гидравлических следящих систем копировальных станков (рум., рез. франц.) 65

БОРИС ПЛЭХТЯНУ и Н. ГЕРГЕЛ, Иследование производительности алмазно-электрохимического щлифования металлокерамических твердых пластинок (рум., рез. франц.) 69

М. Д. ГАФИЦАНУ, С. Р. РАКОЧА и Д. БОНГАШ, Упорные подшипники качения для автомобильных фрикционных муфт — износ и характеристики эксплуатации (англ., рез. рум.) 73

РЕЦЕНЗИИ 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 533.15

DIFFUSION PROBLEM WITH TIME-LAG (I)

BY

C. HUIU, K. V. LEUNG, D. MANGERON and M. N. OGUZTORELI

1. The aim of the present and successive papers is to study the diffusion phenomena governed by the diffusion equation

$$\frac{\partial}{\partial t} C(x, t) = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(C(x, \sigma)) \frac{\partial}{\partial x} C(x,t)\right] \tag{1}$$

in a tube of length a, which may be set to be equal to 1, S_x is section at distance x from end A (Fig. 1), $C(x, t)$ is concentration in section S_x at time t, $D(C)$ is concentration dependent diffusion coefficient, which is a given function of $C(x, t)$ only, $\sigma = t - \theta$ with θ time lag constant [1].

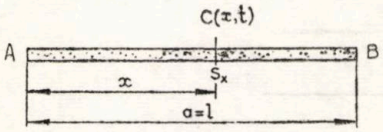


Fig. 1

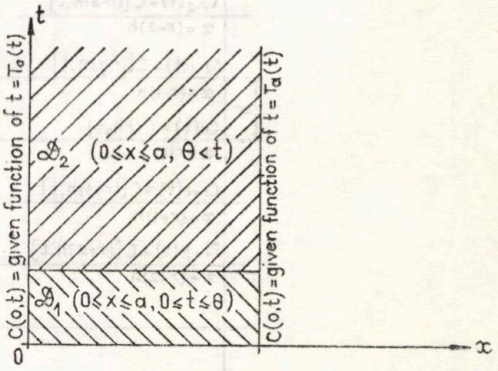


Fig 2.

Domains :

$$\begin{cases} D_1 : (0 \leqslant x \leqslant a = 1, \quad 0 \leqslant t \leqslant \theta) \\ D_2 : (0 \leqslant x \leqslant a = 1, \quad \theta < t). \end{cases} \quad \text{(Fig. 2)}$$

Boundary conditions :

when $x = 0$ $C(0, t) =$ given function of $t = T_0(t)$,

when $x = a = 1$ $C(a, t) =$ given function of $t = T_a(t)$.

Initial conditions:

in D_1 $C(x, t)$ = given function of x and $t = C_0(x, t)$.

Unknown of the problem:

Numerical solution of diffusion equation (1) in domain D_2 subject to boundary and initial conditions, $C(x, t)$ in D_2.

2. ***Method of solution.*** Use a semi discret method to transform the partial differential equation (1) into a system of ordinary differential equations.

Step N°1. Draw lines $x = rh$ with $r = 0, 1, 2 \ldots, r \ldots, R$ and h a positive constant such that $Rh = a = 1$.

Step N°2. Along $x = x_r = rh$, $C(x_r, t)$ becomes a function of t only with x being set to x_r or rh. Let this function be denoted by $C_r(t) = C(x_r, t)$ or $C(rh, t)$. It is to note that $C_0(t) = T_0(t)$ and $C_R(t) = T_a(t)$ (Fig. 3).

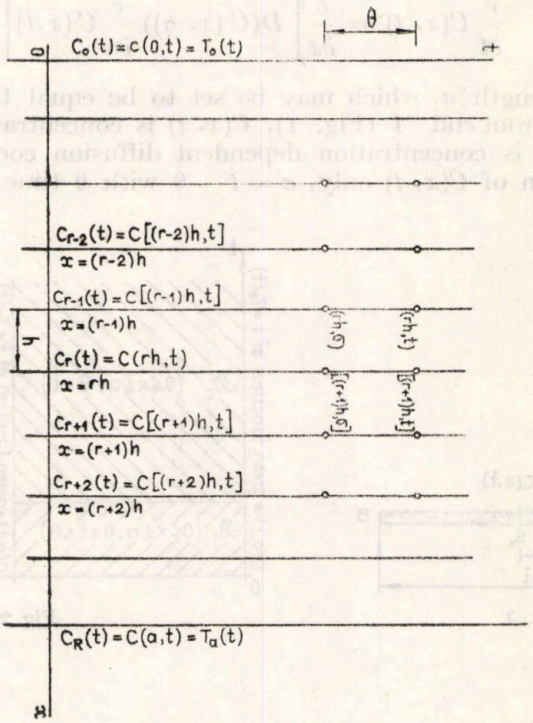


Fig. 3

Notation: $\{\Phi\}_{\alpha,\beta}$ = numerical value of Φ when $x = \alpha$ and $t = \beta$.

Diffusion Equation at point (rh, t) *on line* $x = x_r = rh$.

At point (rh, t) diffusion equation (1) becomes

$$\left\{\frac{\partial C}{\partial t}\right\}_{rh,t} = \left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[D\,(C(x,\sigma))\,\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right]\right\}_{rh,t} =$$

(2)

$$= \{E(C)\}_{rh,\sigma}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{rh,\sigma}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{rh,t} + \{D(C)\}_{rh,\sigma}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,C(x,\,t)\right\}_{rh,t},$$

where $E(C) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}C}\,D(C)$. Since

$$\left\{\frac{\partial C}{\partial t}\right\}_{rh,t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,C_r(t),\ \{D(C)\}_{rh,\sigma} = D(C_r(\sigma)) = D_r(\sigma),\ \{E(C)\}_{rh,\sigma} = E(C_r(\sigma)) = E_r(\sigma),$$

one obtains, if $r = 1$,

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{h,t} = \frac{1}{60h}\,\lambda_1(t), \qquad \left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{h,\sigma} = \frac{1}{60h}\,\lambda_1(\sigma),$$

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,C(x,\,t)\right\}_{h,t} = \frac{1}{180\,h^2}\,\mu_1(t),$$

where

$$\lambda_1(t) = -10\,C_0(t) - 77\,C_1(t) + 150\,C_2(t) - 100\,C_3(t) + \tag{3.1}$$
$$+ 50\,C_4(t) - 15\,C_5(t) + 2\,C_6(t),$$

$$\lambda_1(\sigma) = -10\,C_0(\sigma) - 77\,C_1(\sigma) + 150\,C_2(\sigma) - 100C_3(\sigma) + \tag{3.2}$$
$$+ 50\,C_4(\sigma) - 15C_5(\sigma) + 2C_6(\sigma),$$

$$\mu_1(t) = 126C_0(t) - 70C_1(t) - 486C_2(t) + 855C_3(t) - \tag{3.3}$$
$$- 670C_4(t) + 324C_5(t) - 90C_6(t) + 11C_7(t).$$

Hence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,C_1(t) = \frac{1}{360\,h^2}\,[E_1(\sigma)\,\lambda_1(t)\,\lambda_1(\sigma) + 2D_1(\sigma)\,\mu_1(t)]. \tag{3}$$

If $r = 2$

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{2h,t} = \frac{1}{60h}\,\lambda_2(t), \qquad \left\{\frac{\partial}{\partial x}\,C(x,\,t)\right\}_{2h,\sigma} = \frac{1}{60h}\,\lambda_2(\sigma),$$

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,C(x,\,\tau)\right\}_{2h,t} = \frac{1}{180\,h^2}\,\mu_2(t),$$

where

$$\lambda_2(t) = 2C_0(t) - 24C_1(t) - 75C_2(t) + 80C_3(t) - \tag{4.1}$$
$$- 30C_4(t) + 8C_5(t) - C_6(t),$$

$$\lambda_2(\sigma) = 2C_0(\sigma) - 24C_1(\sigma) - 75C_2(\sigma) + 80C_3(\sigma) - \tag{4.2}$$
$$- 30C_4(\sigma) + 8C_5(\sigma) - C_6(\sigma),$$

$$\mu_2(t) = -11C_0(t) + 214C_1(t) - 378C_2(t) + 130C_3(t) + 85C_4(t) - \\ - 54C_5(t) + 16C_6(t) - 2C_7(t). \tag{4.3}$$

Hence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} C_2(t) = \frac{1}{360\,h^2} [E_2(\sigma)\,\lambda_2(t)\,\lambda_2(\sigma) + 2D_2(\sigma)\mu_0(t)]. \tag{4}$$

If $3 \leqslant r \leqslant R-3$

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x} C(x,t)\right\}_{rh,t} = \frac{1}{60h}\lambda_r(t), \quad \left\{\frac{\partial}{\partial x} C(x,t)\right\}_{rh,\sigma} = \frac{1}{60h}\lambda_r(\sigma),$$

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} C(x,t)\right\}_{rh,t} = \frac{1}{180\,h^2}\mu_r(t),$$

where

$$\lambda_r(t) = 45(C_{r+1}(t) - C_{r-1}(t)) - 9(C_{r+2}(t) - C_{r-2}(t)) + \\ + C_{r+3}(t) - C_{r-3}(t), \tag{5.1}$$

$$\lambda_r(\sigma) = 45(C_{r+1}(\sigma) - C_{r-1}(\sigma)) - 9(C_{r+2}(\sigma) - C_{r-2}(\sigma)) + \\ + C_{r+3}(\sigma) - C_{r-3}(\sigma), \tag{5.2}$$

$$\mu_r(t) = -490C_r(t) + 270(C_{r+1}(t) + C_{r-1}(t)) - \\ - 27(C_{r+2}(t) + C_{r-2}(t)) + 2(C_{r+3}(t) + C_{r-3}(t)). \tag{5.3}$$

Hence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} C_r(t) = \frac{1}{360\,h^2} [E_r(\sigma)\,\lambda_r(t)\,\lambda_r(\sigma) + 2D_r(\sigma)\,\mu_r(t)]. \tag{5}$$

If $r = R-2$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{C(x,t)\right\}_{(R-2)h,t} = \frac{1}{60h}\lambda_{R-2}(t), \quad \left\{\frac{\partial}{\partial x} C(x,t)\right\}_{(R-2)h,\sigma} = \frac{1}{60h}\lambda_{R-2}(\sigma),$$

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} C(x,t)\right\}_{(R-2)h,t} = \frac{1}{180h^2}\mu_{R-2}(t),$$

where

$$\lambda_{R-2}(t) = C_{R-6}(t) - 8C_{R-5}(t) + 30C_{R-4}(t) - 80C_{R-3}(t) + \\ + 35C_{R-2}(t) + 24C_{R-1}(t) - 2C_R(t), \tag{6.1}$$

$$\lambda_{R-2}(\sigma) = C_{R-6}(\sigma) - 8C_{R-5}(\sigma) + 30C_{R-4}(\sigma) - 80C_{R-3}(\sigma) + \\ + 35C_{R-2}(\sigma) + 24C_{R-1}(\sigma) - 2C_R(\sigma), \tag{6.2}$$

$$\mu_{R-2}(t) = -2C_{R-7}(t) + 16C_{R-6}(t) - 54C_{R-5}(t) + 85C_{R-4}(t) + \\ + 130C_{R-3}(t) - 378C_{R-2}(t) + 214C_{R-1}(t) - 11\,C_R(t). \tag{6.3}$$

Hence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} C_{R-2}(t) = \frac{1}{360\,h^2} [E_{R-2}(\sigma)\,\lambda_{R-2}(t)\,\lambda_{R-2}(\sigma) + 2D_{R-2}(\sigma)\,\mu_{R-2}(t)]. \tag{6}$$

If $r = R - 1$,

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x} C(x, t)\right\}_{(R-1)h,t} = \frac{1}{60h} \lambda_{R-1}(t), \qquad \left\{\frac{\partial}{\partial x} C(x, t)\right\}_{(R-1)h,\sigma} = \frac{1}{60h} \lambda_{R-1}(\sigma),$$

$$\left\{\frac{\partial^2}{x\partial^2} C(x, t)\right\}_{(R-1)h,t} = \frac{1}{60h} \mu_{R-1}(t),$$

where

$$\lambda_{R-1}(t) = -2C_{R-6}(t) + 15C_{R-5}(t) - 50C_{R-4}(t) + \tag{7.1}$$
$$+ 100C_{R-3}(t) - 150C_{R-2}(t) + 77C_{R-1}(t) + 10C_R(t),$$

$$\lambda_{R-1}(\sigma) = -2C_{R-6}(\sigma) + 15C_{R-5}(\sigma) - 50C_{R-4}(\sigma) + \tag{7.2}$$
$$+ 100C_{R-3}(\sigma) - 150C_{R-2}(\sigma) + 77C_{R-1}(\sigma) + 10C_R(\sigma),$$

$$\mu_{R-1}(\sigma) = 11C_{R-7}(t) - 90C_{R-6}(t) + 324C_{R-5}(t) - 670C_{R-4}(t) + \tag{7.3}$$
$$+ 855C_{R-3}(t) - 486C_{R-2}(t) - 70C_{R-1}(t) + 126C_R(t).$$

Hence

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} C_{R-1}(t) = \frac{1}{360\,h^2} [E_{R-1}(\sigma)\, \lambda_{R-1}(t)\, \lambda_{R-1}(\sigma) + \tag{7}$$
$$+ 2D_{R-1}(\sigma)\, \mu_{R-1}(t)].$$

Let

$$\vec{\lambda}(t) = \begin{vmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \\ \vdots \\ \lambda_r(t) \\ \vdots \\ \lambda_{R-1}(t) \end{vmatrix}_{(R-1)\times 1}, \qquad \vec{\mu}(t) = \begin{vmatrix} \mu_1(t) \\ \mu_2(t) \\ \vdots \\ \mu_r(t) \\ \vdots \\ \mu_{R-1}(t) \end{vmatrix}_{(R-1)\times 1}, \qquad \vec{C}(t) = \begin{vmatrix} C_0(t) \\ C_1(t) \\ \vdots \\ C_r(t) \\ \vdots \\ C_R(t) \end{vmatrix}_{(R+1)\times 1},$$

$$A = \begin{vmatrix} -10 & -77 & 150 & -100 & 50 & -15 & 2 & 0 & 0 & . & . & . \\ 2 & -24 & -35 & 80 & -30 & 8 & -1 & 0 & 0 & . & . & . \\ -1 & 9 & -45 & 0 & 45 & -9 & 1 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & -1 & 9 & -45 & 0 & 45 & -9 & 1 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & -1 & 9 & -45 & 0 & 45 & -9 & 1 & . & . & . \\ & & & & \cdots & & & & & & & \\ . & . & . & 0 & -1 & 9 & -45 & 0 & 45 & -9 & 1 & 0 \\ . & . & . & 0 & 0 & -1 & 9 & -45 & 0 & 45 & -9 & 1 \\ . & . & . & 0 & 0 & 1 & -8 & 30 & -80 & 35 & 24 & -2 \\ . & . & . & 0 & 0 & -2 & 15 & -50 & 100 & -150 & 77 & 10 \end{vmatrix}_{(R-1)\times(R+1)},$$

$$B=\begin{vmatrix} 126 & -70 & -486 & 855 & -670 & 324 & -90 & 11 & 0 & 0 & . & . & . \\ -11 & 214 & -378 & 130 & 85 & -54 & 16 & -2 & 0 & 0 & . & . & . \\ -2 & -27 & 270 & -490 & 270 & -27 & 2 & 0 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 2 & -27 & 270 & -490 & 270 & -27 & 2 & 0 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 2 & -27 & 270 & -490 & 270 & -27 & 2 & 0 & . & . & . \\ & & & & & \cdots & & & & & & & \\ . & . & . & 0 & 0 & 2 & -27 & 270 & -490 & -27 & 2 & 0 & \\ . & . & . & 0 & -2 & 16 & -54 & 85 & 130 & -378 & 214 & -11 & \\ . & . & . & 0 & 11 & -90 & 324 & -670 & 855 & -486 & -70 & 126 & \end{vmatrix}_{(R-1)\times(R+1)}$$

then

$$\vec{\lambda}(t) = A\vec{C}(t), \qquad \vec{\mu}(t) = B\vec{C}(t) \tag{8}$$

and

$$\vec{\lambda}(\sigma) = A\vec{C}(\sigma), \qquad \vec{\mu}(\sigma) = B\vec{C}(\sigma), \tag{9}$$

where, as it was pointed out above, $\sigma = t - \theta$ with θ = positive constant = time lag.

The problem is reduced to a system of ordinary differential equations.

In one of our next papers numerical solution of this ordinary differential system will be given and subsequently final discussion concerning diffusion problem with time lag will be exposed.

Received October 20, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Concordia University, Department of Computer Science, Montreal, Quebec, Canada and
University of Alberta, Department of Mathematics, Edmonton, Alberta, Canada

REFERENCES

1. Oguztoreli M. N., *Time-Lag Control Systems.* Academic Press, New York—London, 1966.
2. Dardel E., *Diffusionsprobleme in Strömungen mit diskontinuierlichen Geschwindigkeitsverteilung* (I). Z. angew. Math. und Phys., **25**, *2*, 157—178 (1974); Ibidem (II), *3*, 367—382 (1974).
3. Tomosada Jotaki, Yuji Tomita, *Diffusion of a Dusty Gas.* Part I, *The Velocity Distribution of a Turbulent Jet.* Bull. JSME, **17**, *112*, 1267—1271 (1974).

PROBLEMA DE DIFUZIE CU OPERATORI ÎNTÎRZIAȚI (I)

(Rezumat)

Scopul prezentei lucrări constă în inițierea studiului fenomenelor de difuzie în cazul cînd modelul matematic corespunzător conține și operatori de întîrziere. Programarea finală a calculelor la MEC și rezultatele numerice obținute vor constitui obiectul unei alte note.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 531.35

REMARQUES CONCERNANT LE MOUVEMENT DANS UN CHAMP NEWTONIEN

PAR

ALFRED BRAIER et GH. SAVITESCU

1. L'intégration directe de l'équation du mouvement d'un point matériel dans un champ newtonien [1] nous a conduit à l'expression de la vitesse

$$\mathbf{v} = \frac{\varkappa M}{C}(\mathbf{e} + \mathbf{u}), \tag{1}$$

où $\varkappa$ est la constante de l'attraction universelle, M — la masse du centre newtonien, C — la constante des aires, $\mathbf{u}$ — le vecteur unitaire le long de la direction transversale et $\mathbf{e}$ — le vecteur excentricité de la trajectoire, perpendiculaire à l'axe des foyers réels de la section conique.

Nous avons étudié alors différents aspects des problèmes de transfert et de correction des trajectoires dans le cas spatial.

Si le centre attactif est choisi comme pôle d'un système polaire (r, θ) dans le plan fixe de la trajectoire et $\mathbf{i}$ est le vecteur unitaire de la direction radiale (donc $\mathbf{r} = r\mathbf{i}$), alors

$$r^2\dot{\theta} = C \quad \text{et} \quad \frac{d\mathbf{i}}{d\theta} = \mathbf{u}, \quad \frac{d\mathbf{u}}{d\theta} = -\mathbf{i}. \tag{2}$$

Posons $r^2 = \frac{C}{\dot{\theta}}$ dans l'équation du mouvement $m\dot{\mathbf{v}} = -\frac{\varkappa m M}{r^2}\mathbf{i}$. Il vient $d\mathbf{v} = -\frac{\varkappa M}{C}\mathbf{i}\,d\theta + \frac{\varkappa M}{C}d\mathbf{u}$, d'où on obtient immédiatement (1), avec $\mathbf{e}$ — constante d'intégration. Ayant en vue l'expression de la vitesse en coordonnés polaires, on voit que $\mathbf{v}.\mathbf{u} = (\dot{r}\mathbf{i} + r\dot{\theta}\mathbf{u})\mathbf{u} = \frac{C}{r}$, où on a tenu compte de (2_1). Donc, avec (1), il vient que

$$r = \frac{C^2/(\varkappa M)}{1 + \mathbf{e}\cdot\mathbf{u}}, \tag{3}$$

qui est l'équation de l'orbite [1] ($\mathbf{e}.\mathbf{u} = e\cos w$, avec w — l'anomalie vraie).

Nous allons voir maintenant comment l'expression vectorielle de la vitesse (1) permet d'obtenir par des calculs très simples et naturels tout une série de résultats concernant le mouvement d'un point matériel dans un champ newtonien.

2. Soit $\mathbf{K} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = 2m\vec{\Omega}$ le moment de l'impulsion du point matériel, avec $\vec{\Omega}$ la vitesse aréolaire. Dans un champ central $\vec{\Omega} = \vec{\text{const}}$, donc pour le mouvement que nous étudions ($2\Omega = \rho^2\dot{\theta} = C$),

$$\mathbf{K} = mC\mathbf{k}, \quad \mathbf{k} = \mathbf{i} \times \mathbf{u}, \tag{4}$$

avec $\mathbf{k}$ le vecteur unitaire constant perpendiculaire au plan de l'orbite. Calculons à l'aide de (1) le produit $\mathbf{v} \times \mathbf{K}$:

$$\mathbf{v} \times \mathbf{K} = \varkappa mM(\mathbf{e} + \mathbf{u}) \times \mathbf{k} = \varkappa mM\mathbf{e} \times \mathbf{k} - \varkappa mM\mathbf{i}.$$

Le premier terme est un vecteur constant ; donc

$$\mathbf{v} \times \mathbf{K} + \frac{\varkappa mM}{r}\mathbf{r} = \vec{\text{const}} \tag{5}$$

c'est l'intégrale première supplémentaire qui a lieu dans un champ newtonien (ou coulombien). On sait (v. [2]) quelle est due au dégénérescence du mouvement.

Soulignons que nous avons obtenu aussi la signification physique de la constante vectorielle. Elle a la grandeur $\varkappa mMe$ et est toujours parallèle à l'axe des foyers réels de l'orbite (direction donnée par le produit $\mathbf{e} \times \mathbf{k}$). Nottons que $\mathbf{v} \times \mathbf{K}$ a la direction de la composante normale de l'accélération du point mobile.

3. Revenons à (1) et (3) ; nous obtenons respectivement

$$v^2 = \left(\frac{\varkappa M}{C}\right)^2 (e^2 + 2\mathbf{e}.\mathbf{u} + 1), \qquad 1 + \mathbf{e}.\mathbf{u} = \frac{C^2}{\varkappa Mr}. \tag{6}$$

Après élimination du produit scalaire on obtient que l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2}mv^2$ prends la forme

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{\varkappa M}{C}\right)^2 (e^2 - 1) + \frac{\varkappa mM}{r}, \qquad \left(V = -\frac{\varkappa mM}{r} + \text{const}\right); \tag{7}$$

on a écrit aussi entre paranthèses l'expression du potentiel newtonien.

Il en résulte immédiatement la lois de conservation de l'énergie, $E + V = h$, avec

$$h = \frac{1}{2}m\left(\frac{\varkappa M}{C}\right)(e^2 - 1) \quad \text{d'où} \quad e^2 = 1 + \frac{2h}{m}\left(\frac{C}{\varkappa M}\right)^2. \tag{8}$$

Si $r(0) = r_0$ et $v(0) = v_0$, alors $h = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{\varkappa mM}{r_0}$ et avec (8_2), le résultat bien connu

$$e^2 = 1 + \left(\frac{C}{\varkappa M}\right)^2 \left(v_0^2 - \frac{2\varkappa M}{r_0}\right). \tag{9}$$

4. Soit P_1 et P_2 deux positions succésives arbitraires sur l'orbite, fixées par $\mathbf{r}_1 = r_1\mathbf{i}_1$ et $\mathbf{r}_2 = r_2\mathbf{i}_2$. Les vitesses correspondantes sont $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$, les directions transversales étant données par $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$ (fig. 1). Alors (1) nous permet d'obtenir la variation de la vitesse

$$\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = \frac{\varkappa M}{C}(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1). \tag{10}$$

Elle a la direction de $\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1$, c'est-à-dire de la bissectrice de l'angle formé par $\mathbf{i}_1$ et $\mathbf{i}_2$ (propriété géométrique élémentarie, ayant en vue que les $\mathbf{u}$ sont perpendiculaires aux $\mathbf{i}$).

Donc le vecteur $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ a toujours la direction de la bissectrice de l'angle P_1OP_2 [3], c'est-à-dire qu'on peut écrire $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = \lambda(\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)$; en vue de (10) il en résulte

$$\frac{\varkappa M}{C}(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) = \lambda(\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2). \tag{11}$$

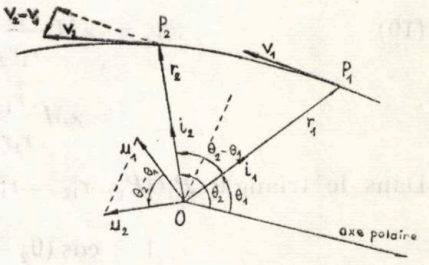


Fig. 1

Multiplions scalairement avec $\mathbf{u}_1$ ou $\mathbf{u}_2$, en tenant compte (v. fig. 1) que

$$\begin{aligned} &\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2 = \cos(\theta_2 - \theta_1), \\ &\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{i}_2 = \sin(\theta_2 - \theta_1), \\ &\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{i}_1 = -\sin(\theta_2 - \theta_1). \end{aligned} \tag{12}$$

On déduit que

$$\lambda = \frac{\varkappa M}{C}\frac{\cos(\theta_2 - \theta_1) - 1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} = -\frac{\varkappa M}{C}\operatorname{tg}\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}. \tag{13}$$

5. Le résultat précédent $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = \lambda(\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2)$ souligne que le vecteur $\mathbf{v}_1 + \lambda\mathbf{i}_1 = \mathbf{v}_2 - \lambda\mathbf{i}_2$ est indépendant des vitesses $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$; il dépend seulement des positions P_1 et P_2 considérées dans le champ (pour des conditions initiales données). Posons alors

$$\mathbf{v}_1 + \lambda\mathbf{i}_1 = \mathbf{v}_2 - \lambda\mathbf{i}_2 = \mu_1\mathbf{r}_1 + \mu_2\mathbf{r}_2 (= \mu_1 r_1\mathbf{i}_1 + \mu_2 r_2\mathbf{i}_2). \tag{14}$$

Les deux égalités qui en résultent conduisent après multiplication scalaire par respectivement $\mathbf{u}_1$ et $\mathbf{u}_2$ à

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{u}_1 = \mu_2 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1), \quad \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{u}_2 = -\mu_1 r_1 \sin(\theta_2 - \theta_1). \tag{15}$$

Mais comme nous l'avons déjà remarqué, $\mathbf{v}.\mathbf{u} = \frac{C}{p}$; les relations (14) montrent alors que

$$-\mu_1 = \mu_2 (= \mu) = \frac{C}{r_1 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)}, \tag{16}$$

donc (13) conduit à

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = -\lambda\mathbf{i}_1 + \mu(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \\ \mathbf{v}_2 = \lambda\mathbf{i}_2 + \mu(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1). \end{cases} \tag{17}$$

Mais $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \overrightarrow{P_1P_2}$ (fig. 1), ce qui démontre que les composantes des deux vitesses $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ le long de la corde P_1P_2 sont égales, tandis que leurs composantes radiales, ayant la même intensité, sont dirijées dans des sens opposés vis-à-vis du centre atractif.

Posons $\overrightarrow{P_1P_2} = r_{12}\,\mathbf{i}_c$, avec r_{12} la longueur de la corde P_1P_2 et $\mathbf{i}_c$ le vecteur unitaire de la direction $\overrightarrow{P_1P_2}$. Alors, en vertu de (17) on peut écrire pour les composantes

$$v_{1r} = -v_{2r} = -\lambda, \qquad v_{1c} = v_{2c} = \mu r_{12}. \tag{18}$$

Désignons par $v_r = |\lambda|$ et $v_c = |\mu|\, r_{12}$ les intensités des deux composantes des vitesses $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$, qu'on a mis en évidence. Utilisons (13) et (16) pour en déduire que

$$v_r v_c = \varkappa M \frac{r_{12}}{r_1 r_2} \left| \frac{\cos(\theta_2 - \theta_1) - 1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \right| = \tag{19}$$

$$= \varkappa M \frac{r_{12}}{r_1 r_2} \frac{1}{1 + \cos(\theta_2 - \theta_1)}.$$

Dans le triangle P_1OP_2, $r_{12}^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)$; alors

$$1 + \cos(\theta_2 - \theta_1) = \frac{(r_1 + r_2)^2 - r_c}{2r_1r_2}$$

et nous obtenons pour le produit $v_r v_c$ (v. aussi [4], [5])

$$v_r v_c = \varkappa M \frac{2r_{12}}{(r_1 + r_2)^2 - r_{12}^2}. \tag{20}$$

Ce produit est indépendant des conditions initiales, c'est-à-dire de la forme de la trajectoire.

Reçue le 1 novembre 1975

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Braier A., *Étude par voie directe du mouvement sous l'action des forces newtoniennes.* Bul. Inst. polit. Iași, **XII** (XVI), *1–2* (1966).
2. Landau L., Lifchitz E., *Mécanique.* Ed. en langues étrangères, Moscou, 1960.
3. Godal T., *Conditions of Compatibility of Terminal Positions and Velocities.* XI-th International Astronautical Congress, Stockholm, 1960.
4. Gedeon G. S., *Kinematics of Orbital Motion.* Advances in the Astronautical Sciences. Vol. 7, Plenum Press, N. Y., 1961.
5. Пономарев В. М., *Теория управления движением космических аппаратов.* Изд. „Наука", М., 1965.

OBSERVAȚII ASUPRA MIȘCĂRII ÎNTR-UN CÎMP NEWTONIAN

(Rezumat)

Reprezentarea vectorială (1) a vitezei unui punct în mișcare într-un cîmp newtonian (coulombian), obținută anterior [1], este utilizată pentru a stabili prin calcule foarte simple și directe o serie de proprietăți specifice acestei mișcări.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 537.32

ON THE PLANE PROBLEM IN THE GENERALIZED THEORY OF COUPLED MICROPOLAR THERMOELASTICITY

BY

ELISABETA RUSU

The generalized theory of linear thermoelasticity is established by A. Green and K. Lindsay in [1] and it is extended in [2] by E. Boschi and D. Ieşan to the case of homogeneous micropolar continuum.

The plane theory of coupled micropolar thermoelasticity was investigated by D. Ieşan [3], [4].

In this paper wel will give a representation of Galerkin's type in the generalized theory of plane micropolar thermoelasticity and we consider the case of steady vibrations, extending some results from [3].

The basic equations for the generalized theory of linear micropolar thermoelasticity are [2]:

i) The equations of motions:

$$t_{ji,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i, \tag{1}$$

$$m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} t_{jk} + \rho M_i = I_{ij} \ddot{\varphi}_j. \tag{2}$$

ii) The equation of entropy:

$$\theta_0 \rho \dot{\eta}_i + q_{i,i} = \rho r. \tag{3}$$

iii) The constitutive equations:

$$t_{ij} = A_{ijkl} e_{kl} + B_{ijkl} \varkappa_{kl} + a_{ij}(\theta + \alpha \dot{\theta}), \tag{4}$$

$$m_{ij} = B_{klij} e_{kl} + C_{ijkl} \varkappa_{kl} + c_{ij}(\theta + \alpha \dot{\theta}),$$

$$\rho \eta - a = d\theta + h\dot{\theta} - a_{ij} e_{ij} - c_{ij} \varkappa_{ij},$$

$$q_i = -\theta_0 k_{ij} \theta_{,j}.$$

(iv) The geometrical equations:

$$e_{ij} = u_{j,i} - \varepsilon_{ijk} \varphi_k, \qquad \varkappa_{ij} = \varphi_{j,i}. \tag{5}$$

We suppose that the initial body is homogeneous and that it has a centre of simmetry at each point [1], [2].

The notations are: u_i — components of displacement vector; φ_i — components of microrotation vector; t_{ij} — components of stress tensor; m_{ij} — components of couple stress tensor; $F_i(M_i)$ — specific externally applied body force (couple); r — externally supplied heat; η — specific entropy; q_i — components of heat flux vector; e_{ij}, $\varkappa_{ij}$ — kinematic characteristics of strain, θ — temperature measured from the absolute reference temperature θ_0 and ρ, I_{ij}, A_{ijkl}, B_{ijkl}, C_{ijkl}, a_{ij}, c_{ij}, a, d, h, k_{ij} — characteristics constants of the material.

In the case of plane deformation, we have [5]

$$u_\alpha = u_\alpha(x_1, x_2, t), \quad u_3 = 0; \quad \theta = \theta(x_1, x_2, t),$$
$$\varphi_\alpha = 0, \quad \varphi_3 = \varphi(x_1, x_2, t), \quad (\alpha = 1, 2). \tag{6}$$

From (5), we obtain now:

$$e_{\alpha\beta} = u_{\beta,\alpha} + \varepsilon_{3\alpha\beta}, \quad \varkappa_{\alpha 3} = \varphi_{,\alpha}, \quad e_{i3} = e_{3i} = 0,$$
$$\varkappa_{3i} = 0, \quad \varkappa_{\alpha\beta} = 0; \quad (i = 1, 2, 3, \ \alpha, \beta = 1, 2). \tag{7}$$

The constitutive equations for an isotropic medium are:

$$t_{\nu\xi} = \lambda u_{\rho,\rho}\,\delta_{\xi\nu} + (\mu + \varkappa)(u_{\xi,\nu} + u_{\nu,\xi}) - \varkappa(u_{\xi,\nu} + \varepsilon_{\xi\nu 3}\varphi) -$$
$$- \beta(\theta + \alpha\dot{\theta})\,\delta_{\xi\nu},$$
$$t_{33} = \lambda e_{\rho\rho} - \beta(\theta + \alpha\dot{\theta}), \quad t_{\alpha 3} = t_{3\alpha} = 0, \quad m_{\alpha\beta} = m_{33} = 0, \tag{8}$$
$$m_{\nu 3} = \gamma\varphi_{,\nu}, \quad q_\nu = -\theta_0 k\theta_{,\nu}, \quad q_3 = 0.$$

The partial differential equations for the plane generalized theory of micropolar thermoelasticitity are: (from (1), (2), (3))

$$(\lambda + \mu)u_{\xi,\xi\nu} + (\mu + \varkappa)u_{\nu,\xi\xi} - \varkappa\varepsilon_{\xi\nu 3}\varphi_{,\xi} - \beta(\theta + \alpha\dot{\theta})_{,\nu} + X_\nu = \rho\ddot{u}_\nu,$$
$$\gamma\varphi_{,\xi\xi} - \varkappa(u_{1,2} - u_{2,1}) - 2\varkappa\varphi + l = I\ddot{\varphi}, \tag{9}$$
$$k\theta_{,\xi\xi} - h\ddot{\theta} - d\dot{\theta} - \beta\dot{u}_{\xi,\xi} = -\frac{r\rho}{\theta_0}.$$

The symbols used in above equations are those of [3].

Using the associated matrices method [7] we can obtain the following representation of Galerkin type:

$$u_1 = \left[L_2L_3L_4 - \beta^2\frac{\partial^3}{\partial x_2^2\partial t}\left(1 + \alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)L_3 + \varkappa^2\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}L_4\right]\Psi_1 -$$
$$- \left[(\gamma+\mu)L_3L_4 - \varkappa^2L_4 - \beta^2\frac{\partial}{\partial t}\left(1 + \alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)L_3\right]\frac{\partial\Psi_2}{\partial x_1\,\partial x_2} - \varkappa\left[L_5L_4 -\right.$$
$$\left. - \beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1 + \alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\frac{\partial\Psi_3}{\partial x_2} + \beta[\varkappa^2\Delta + L_3L_6]\frac{\partial}{\partial x_1}\left(1 + \alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi_4,$$

$$u_2 = -\left[(\lambda+\mu)L_3L_4 - \varkappa^2 L_4 - \beta^2\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)L_3\right]\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x_1\,\partial x_2} +$$

$$+\left[L_1L_3L_4 + \varkappa^2\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}L_4 - \beta^2\frac{\partial^3}{\partial x_1^2\partial t}L_3\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\Psi_2 + \varkappa\left[L_4L_5 -\right.$$

$$\left.-\beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\frac{\partial\Psi_3}{\partial x^1} + \beta(\varkappa^2\Delta + L_3L_6)\frac{\partial}{\partial x_2}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi_4,$$

(10)

$$\varphi = \varkappa\left[L_4L_5 - \beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\frac{\partial\Psi_1}{\partial x_2} - \varkappa\left[L_4L_5 - \beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right]\frac{\partial\Psi_2}{\partial x_1} + \left[L_4L_5L_6 - \beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)L_6\right]\Psi_3,$$

$$\theta = \beta[\varkappa^2\Delta + L_3L_6]\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial x_1\,\partial t} + \beta(\varkappa^2\Delta + L_3L_6)\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial x_2\,\partial t} +$$

$$+ (L_3L_5L_6 + \varkappa^2L_5\Delta)\Psi_4,$$

The functions $\Psi_i(x_1, x_2, t)$, $(i = 1, 2, 3, 4)$ satisfy the equations :

$$L\Psi_i = F_i, \tag{11}$$

where

$$L_1 = (\lambda+2\mu+\varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (\mu+\varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$L_2 = (\mu+\varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (\lambda+2\mu+\varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$L_3 = \gamma\Delta - I\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2\varkappa, \quad L_4 = k\Delta - d\frac{\partial}{\partial t} - h\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

(12)

$$L_5 = (\lambda+2\mu+\varkappa)\Delta - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad L_6 = (\mu+\varkappa)\Delta - \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$L = (\varkappa^2\Delta + L_3L_6)\left[L_4L_5 - \beta^2\Delta\frac{\partial}{\partial t}\left(1+\alpha\frac{\partial}{\partial t}\right)\right],$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}; \quad F_1 = -X_1, \quad F_2 = -X_2, \quad F_3 = l, \quad F_4 = -\frac{\rho r}{\theta_0}.$$

Let us examine the effect of the body force acting in the infinite body along the axis Ox_1. Assuming that $l = r = 0$, we have $\Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4 = 0$. Let us assume that :

$$X_1 = \mathcal{R}e[X_1^*(x_1, x_2)\,e^{-i\omega t}], \quad i = \sqrt{-1}. \tag{13}$$

Now, we have

$$u_\alpha = \mathcal{R}e\,[u_\alpha^*(x_1, x_2)\,e^{-i\omega t}], \quad \varphi = \mathcal{R}e\,[\varphi^*(x_1, x_2)\,e^{-i\omega t}],$$
$$\theta = \mathcal{R}e\,[\theta^*(x_1, x_2)\,e^{-i\omega t}], \quad (\alpha = 1, 2). \tag{14}$$

If $\Psi_1 = \mathcal{R}e\,[\Psi_1^*(x_1, x_2)\,e^{-i\omega t}]$, then from (11), (12) we obtain

$$(\Delta - k_1^2)(\Delta - k_2^2)(\Delta - k_3^2)(\Delta - k_4^2)\Psi_1^* = -aX_1^*, \tag{15}$$

where $k_i (i = 1, 2, 3, 4)$ are the roots of the equation

$$(k^2 + p)(k^2 + \tau^2)[(k^2 + q + l)(k^2 + \sigma^2) + k^2\varepsilon q(1 - i\alpha\omega)] + \\ + sk^2(k^2 + q + l)(k^2 + \sigma^2) + sk^4 q\varepsilon(1 - i\alpha\omega) = 0. \tag{16}$$

Here we used the following notations

$$a = \frac{1}{k\gamma(\varkappa + \mu)(\lambda + 2\mu + \varkappa)}, \quad \sigma^2 = \frac{\omega^2\rho}{\lambda + 2\mu + \varkappa} = \frac{\omega^2}{c_1^2}, \quad \tau^2 = \frac{\rho\omega^2}{\varkappa + \mu},$$
$$p = \frac{I\omega^2 - 2\varkappa}{\gamma}, \quad s = \frac{\varkappa^2}{\gamma(\mu + \varkappa)}, \quad q = \frac{i\omega d}{k}, \quad l = \frac{h\omega^2}{k}, \tag{17}$$
$$\varepsilon = \frac{\beta^2}{d(\lambda + 2\mu + \varkappa)}, \quad \tau^2 = \frac{\rho\omega^2}{\varkappa + \mu} = \frac{\omega^2}{c_2^2}.$$

In what follows we consider only the roots $k_j (j = 1, 2, 3, 4)$ with positive real parts. As in [3], [8], the equation (16) can be written in the form:

$$D_1 D_2 D_3 D_4 \Psi_1^* = -aX_1^*, \tag{18}$$

where

$$D_j = \Delta - k_j^2, \quad (j = 1, 2, 3, 4). \tag{19}$$

If the functions G_j^* $(j = 1, \ldots, 4)$ satisfy the equations

$$D_1 G_1^* = -aX_1^*, \quad D_2 G_2^* = -aX_1^*, \quad D_3 G_3^* = -aX_1^*, \quad D_4 G_4^* = -aX_1^* \tag{20}$$

then we have

$$\Psi_1^* = \frac{1}{k_1^2 - k_2^2}\left[\frac{G_2^*}{(k_2^2 - k_3^2)(k_1^2 - k_4^2)} - \frac{G_1^*}{(k_1^2 - k_3^2)(k_1^2 - k_4^2)}\right] + \\ + \frac{1}{k_3^2 - k_4^2}\left[\frac{G_4^*}{(k_4^2 - k_1^2)(k_4^2 - k_2^2)} - \frac{G_3^*}{(k_3^2 - k_1^2)(k_3^2 - k_2^2)}\right]. \tag{21}$$

If we introduce the following notations

$$L_1^* = (\lambda + 2\mu + \varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (\mu + \varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \rho\omega^2,$$
$$L_2^* = (\mu + \varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (\lambda + 2\mu + \varkappa)\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \rho\omega^2, \tag{22}$$
$$L_3^* = \gamma\Delta + I\omega^2 - 2\varkappa, \quad L_4^* = k\Delta + id\omega + h\omega^2,$$
$$L_5^* = (\lambda + 2\mu + \varkappa)\Delta + \rho\omega^2, \quad L_6^* = (\varkappa + \mu)\Delta + \rho\omega^2,$$

then the functions u_1^*, u_2^*, φ^*, θ^*, will be determined by (10) and (11)

$$
\begin{aligned}
u_1^* &= \left[L_2^* L_3^* L_4^* + i\omega\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}(1 - i\alpha\omega) L_3^* + \varkappa^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} L_4^* \right] \Psi_1^*, \\
u_2^* &= - [(\lambda + \mu) L_3^* L_4^* + i\omega\beta^2(1 - i\alpha\omega) L_3^* - \varkappa^2 L_4^*] \frac{\partial^2 \Psi_1^*}{\partial x_1 \partial x_2}, \\
\varphi^* &= \varkappa [L_4^* L_5^* + i\omega\beta^2 \Delta(1 - i\alpha\omega)] \frac{\partial \Psi_1^*}{\partial x_2}, \\
\theta^* &= - i\omega\beta [\varkappa^2 \Delta + L_3^* L_6^*] \frac{\partial \Psi_1^*}{\partial x_1}.
\end{aligned} \tag{23}
$$

If the concentrated force acting along the axis x_1 is applied at the origin of the coordinate system, then we have

$$X_1^* = \delta(x_1)\ \delta(x_2) \tag{24}$$

and

$$G_j^* = \frac{a}{2\pi} K_0(k_j r), \quad (j = 1, \ldots, 4), \quad r^2 = x_1^2 + x_2^2, \tag{25}$$

where $K_0(x)$ denotes the modified Bessel function of zero order.

If the force acts along the axis x_2, then the functions u_α^*, φ^*, θ^* are given by the formulae:

$$
\begin{aligned}
u_1^* &= - [\lambda + \mu) L_3^* L_4^* - \varkappa^2 L_4^* + i\omega\beta^2(1 - i\alpha\omega) L_3^*] \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial x_1 \partial x_2}, \\
u_2^* &= [L_1^* L_3^* L_4^* + \varkappa^2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} L_4^* + i\omega\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2}(1 - i\omega\alpha) L_3^*] \Psi_2^*, \\
\varphi^* &= - \varkappa [L_4^* L_5^* + i\omega\beta^2 \Delta(1 - i\alpha\omega)] \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial x_1} = \\
&= - i\omega\beta(\varkappa^2 \Delta + L_3^* L_4^*) \frac{\partial \Psi_2^*}{\partial x_2}.
\end{aligned} \tag{26}
$$

In general, if the concentrated force is applied at the point $Q(y_\nu)$ and acts along the axis x_α, then we obtain Green functions [3], [8]

$$u_\beta^{(\alpha)}(P, Q, t), \quad \varphi^{(\alpha)}(P, Q, t), \quad \theta^{(\alpha)}(P, Q, t), \quad (\alpha, \beta = 1, 2).$$

In the same way we can study

$$X_1 = X_2 = r = 0, \qquad l = \mathcal{R}e\,[l^*(x_1, x_2)\, e^{-i\omega t}]$$

and

$$X_2 = X_1 = l = 0, \qquad r = \mathcal{R}e\,[r^*(x_1, x_2)\, e^{-i\omega t}].$$

We see that for our problem we have only some terms more then in [3], as we have expected.

Received October 25, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Green A. E., Lindsay K. A., J. of Elasticity, II, *1*, 1—7 (1972).
2. Boschi E., Ieşan D., Meccanica, VIII, *3*, 154—157 (1973).
3. Ieşan D., Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Tech., XVI, *8*, 379—384 (1968).
4. Ieşan D., Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Tech., XVI, *8*, 385—390 (1968).
5. Ieşan D., *Probleme actuale în mecanica solidelor*. Ed. Acad. R. S. R., Buc., 1975.
6. Boschi E., Meccanica, VIII, 192—196 (1973).
7. Moisil G., Bull. St. Acad. R. P. R., Ser. A, *4*, 319 (1952).
8. Nowacki W., Bull. Acad. Polon. Sci, Ser. Tech., *12*, 465 (1964).

ASUPRA PROBLEMEI PLANE DIN TEORIA GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂȚII MICROPOLARE CUPLATE

(Rezumat)

Teoria generalizată a termoelasticității a fost stabilită de A. E. Green și K. A. Lindsay și extinsă apoi pentru termoelasticitatea liniară micropolară de E. Boschi și D. Ieşan.

În lucrare se dă o reprezentare de tip Galerkin a soluției ecuațiilor termoelasticității micropolare liniare generalizate, pentru o stare de deformare plană și se studiază cazul vibrațiilor staționare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 531 1

UNELE ASPECTE GRAFICE PLAN-AXIALE ALE PROBLEMELOR DE DETERMINĂRI DE DISTRIBUȚII DE VITEZE ȘI DE ACCELERAȚII ÎN MIȘCAREA SPAȚIALĂ A RIGIDULUI

I. DISTRIBUȚIA DE VITEZE

DE

C. HUIU

Determinarea distribuțiilor de viteze și de accelerații pentru solidul rigid aflat în mișcare spațială implică, după cum se știe, cunoașterea prealabilă a parametrilor lui cinematici de ordinul întîi și doi, $\bar{v}_Q$ și $\bar{\omega}$, respectiv $\bar{a}_Q$ și $\bar{\varepsilon}$, Q fiind polul invariabil legat de solid.

În multe probleme practice de cinematica rigidului însă nu sînt dați, anticipat, acești parametri cinematici, dar se cunosc în schimb anumite elemente care caracterizează vitezele și acceleratiile în trei din punctele rigidului, aceste elemente putînd permite, așa cum s-a arătat în lucrarea [1], să se determine, în anumite condițiuni, parametrii cinematici de ordinul întîi și doi.

În lucrarea de față se va arăta posibilitatea de aplicare a metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale, elaborată de autor, la determinarea acestor parametri cinematici în condițiile enunțate în lucrarea [1], prima notă referindu-se la parametrii cinematici de ordinul întîi.

Considerînd trei puncte, B_σ, $(\sigma = 1, 2, 3)$, ale unui rigid în mișcare generală, determinate în raport cu polul Q, legat de solid, prin vectorii de poziție $\bar{r}'_\sigma$, $(\sigma = 1, 2, 3)$, pentru vitezele lor pot fi scrise relațiile cunoscute:

$$\bar{v}_\sigma = v_\sigma \bar{e}^v_\sigma = \bar{v}_Q + \bar{\omega} \times \bar{r}'_\sigma , \qquad (\sigma = 1, 2, 3), \tag{1}$$

$\bar{e}^v_\sigma$ fiind versorii vitezelor.

Prin scăderea primei dintre relațiile (1) din celelalte două, rezultă egalitățile:

$$v_\sigma \bar{e}^v_\sigma - v_1 \bar{e}^v_1 = \bar{\omega} \times (\bar{r}'_\sigma - \bar{r}'_1), \qquad (\sigma = 2, 3), \tag{2}$$

care prin înmulțire, scalar, cu diferențele geometrice $\bar{r}'_\sigma - \bar{r}'_1$, conduc la relațiile:

$$v_\sigma \bar{e}^v_\sigma (\bar{r}'_\sigma - \bar{r}'_1) = v_1 \bar{e}^v_1 (\bar{r}'_\sigma - \bar{r}'_1), \qquad (\sigma = 2, 3). \tag{3}$$

Existenţa acestor două relaţii scalare între vitezele celor două puncte creează posibilitatea ca două din mărimile scalare ce caracterizează vitezele celor trei puncte să nu trebuiască să fie cunoscute iniţial; cel mai adesea, aceste două mărimi sînt modulii vitezelor pentru două din cele trei puncte, de exemplu $\bar{v}_2$ şi $\bar{v}_3$, acestor viteze cunoscîndu-li-se însă orientările, determinate prin unghiurile ψ^v_σ formate cu planul reprezentării.

Sistemul de relaţii (3), transcris sub forma corespunzătoare metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale, adică:

$$\bar{v}_{\sigma_\Delta}(\bar{r}'_{\sigma_\Delta} - \bar{r}'_{1_\Delta}) + \bar{v}_{\sigma_\Pi}(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}) = \bar{v}_{1_\Delta}(\bar{r}'_{\sigma_\Delta} - \bar{r}'_{1_\Delta}) + \bar{v}_{1_\Pi}(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}), \quad (\sigma = 2, 3) \tag{4}$$

şi asociat cu sistemul de relaţii evidente:

$$|\bar{v}_{\sigma_\Delta}| = |\bar{v}_{\sigma_\Pi}| \operatorname{tg} \psi^v_\sigma, \qquad (\sigma = 2, 3) \tag{5}$$

va permite să se determine componentele plan-axiale, $\bar{v}_{\sigma_\Pi}$ şi $\bar{v}_{\sigma_\Delta}$, ale tuturor celor trei viteze considerate, scriindu-se deci:

$$\bar{v}_\sigma = \bar{v}_{\sigma_\Pi} + \bar{v}_{\sigma_\Delta}, \qquad (\sigma = 1, 2, 3). \tag{6}$$

Revenind la relaţiile (1), în care vectorii $\bar{v}_Q$ şi ω nu sînt cunoscuţi, — polul Q legat de solid putînd să nu coincidă cu niciunul din cele trei puncte amintite ale solidului —, se va observa că prin considerarea, în locul punctelor B_σ, a punctelor B^0_σ, de intersecţie a suportului vectorului $\bar{\omega}$, — aplicat în B_σ —, cu planul Π_Q paralel cu planul reprezentării şi conţinînd

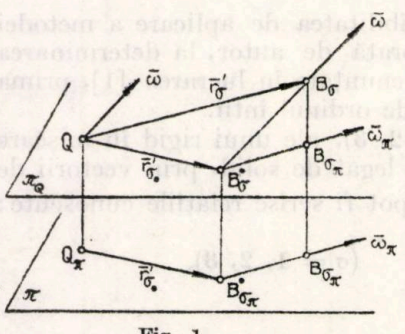


Fig. 1

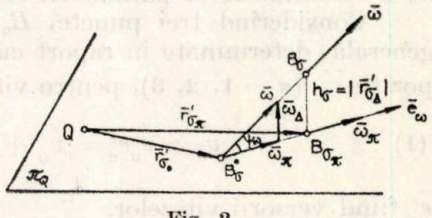


Fig. 2

polul Q (fig. 1), aceste ultime puncte fiind determinate prin vectorii de poziţie, deocamdată necunsocuţi $\bar{r}'_{\sigma_0}$, vor rezulta pentru vitezele de rotaţie ale punctelor B_σ, expresiile:

$$\bar{\omega} \times \bar{r}'_\sigma = \bar{\omega} \times \bar{r}'_{\sigma_0} = \bar{\omega}_\Delta \times \bar{r}'_{\sigma_0} + \bar{\omega}_\Pi \times \bar{r}'_{\sigma_0}, \qquad (\sigma = 1, 2, 3) \tag{7}$$

şi deci următoarele expresii ale componentelor plan-axiale ale celor trei viteze:

$$\bar{v}_{\sigma_\Pi} = \bar{v}_{Q_\Pi} + \bar{\omega}_\Delta \times \bar{r}'_{\sigma_0}, \quad (\sigma = 1, 2, 3), \tag{8}$$

$$\bar{v}_{\sigma_\Delta} = \bar{v}_{Q_\Delta} + \bar{\omega}_\Pi \times \bar{r}'_{\sigma_0}. \tag{9}$$

În aceste relații vectorii $\bar{r}'_{\sigma_0}$ depind însă, la rîndul lor, de orientarea vectorului $\bar{\omega}$, putîndu-se scrie, așa cum rezultă din fig. 2, relațiile:

$$\bar{r}'_{\sigma_0} = r'_{\sigma_\Pi} - |\bar{r}'_{\sigma_\Delta}| \operatorname{cotg} \psi_\omega \bar{e}_\omega, \tag{10}$$

$\bar{e}_\omega$ fiind versorul componentei $\bar{\omega}_\Pi$ a vectorului ω, sau încă, ținînd seama de relația evidentă:

$$\operatorname{cotg} \psi_\omega \bar{e}_\omega = \frac{|\bar{\omega}_\Pi|}{|\bar{\omega}_\Delta|} \bar{e}_\omega = \frac{\bar{\omega}_\Pi}{|\bar{\omega}_\Delta|}$$

și notînd cu $h_\sigma = |\bar{r}'_{\sigma_\Delta}|$ distanțele punctelor B_σ la planul Π_Q, se mai poate scrie:

$$\bar{r}'_{\sigma_0} = \bar{r}'_{\sigma_\Pi} - h_\sigma \frac{\bar{\omega}_\Pi}{|\bar{\omega}_\Delta|}, \quad (\sigma = 1, 2, 3). \tag{11}$$

În baza acestor relații, expresiile diferențelor geometrice $\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}$, (cu $\sigma = 2, 3$), pot fi scrise acum sub forma:

$$\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0} = \bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi} - (h_\sigma - h_1) \frac{\bar{\omega}_\Pi}{|\bar{\omega}_\Delta|}, \quad (\sigma = 2, 3). \tag{12}$$

Scăzînd acum prima dintre relațiile (8) din celelalte două, se obțin egalitățile:

$$\bar{v}_{\sigma_\Pi} = \bar{v}_{1_\Pi} + \bar{\omega}_\Delta \times (\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}), \quad (\sigma = 2, 3), \tag{13}$$

care prin înmulțire, scalar, cu diferențele geometrice $\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}$ conduc la relațiile:

$$\bar{v}_{\sigma_\Pi}(\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}) = \bar{v}_{1_\Pi}(\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}), \quad (\sigma = 2, 3). \tag{14}$$

Scăzînd și acum prima dintre relațiile (9) din celelalte două, se obțin și relațiile:

$$\bar{v}_{\sigma_\Delta} = \bar{v}_{1_\Delta} + \bar{\omega}_\Pi \times (\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}),$$

sau încă, avînd în vedere și expresiile (11), mai rezultă:

$$\bar{v}_{\sigma_\Delta} = \bar{v}_{1_\Delta} + \bar{\omega}_\Pi \times (\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}), \quad (\sigma = 2, 3). \tag{15}$$

Înmulțind ultimele două relații, vectorial la stînga, cu diferențele geometrice corespunzătoare $\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}$, descompunînd apoi produsele dublu vectoriale, împărțind prin $(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi})^2$ și introducînd notațiile:

$$\frac{(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi})\,\bar{\omega}_\Pi}{(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi})^2} = \lambda_\sigma, \tag{16}$$

λ_σ fiind scalari nedeterminați, mai rezultă:

$$\bar{\omega}_\Pi = \frac{(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}) \times (\bar{v}_{\sigma_\Delta} - \bar{v}_{1_\Delta})}{(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi})^2} + \lambda_\sigma(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}) = \tag{17}$$

$$= \bar{\omega}_{\Pi_{(\sigma)}} + \lambda_\sigma(\bar{r}'_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'_{1_\Pi}), \qquad (\sigma = 2,\ 3),$$

$\bar{\omega}_{\Pi_{(\sigma)}}$ reprezentînd termeni cunoscuți, ușor de determinat grafic prin procedeele menționate în [3].

Relațiilor precedente le corespund relații analoage între vectorii reprezentativi:

$$\bar{\omega}^r_\Pi = \bar{\omega}^r_{\Pi_{(\sigma)}} + \lambda^r_\sigma(\bar{r}'^r_{\sigma_\Pi} - \bar{r}'^r_{1_\Pi}), \qquad (\sigma = 2,\ 3), \tag{18}$$

care vor permite să se găsească vectorul $\bar{\omega}_\Pi$ cu ajutorul dreptelor (Δ_2) și (Δ_3), (fig. 3), locuri geometrice ale extremităților acestui vector.

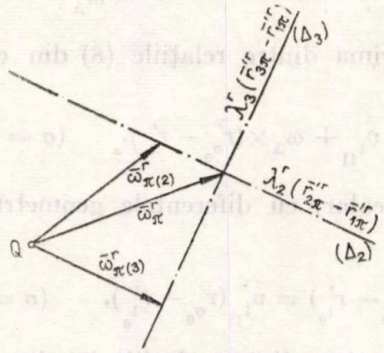


Fig. 3

Revenind la relațiile (13) se va observa că prin înmulțirea lor vectorial la stînga, cu versorul $\bar{u}$ al axei reprezentării, se poate scrie:

$$\bar{u} \times (\bar{v}_{\sigma_\Pi} - \bar{v}_{1_\Pi}) = -\bar{\omega}_\Delta(\bar{r}'_{\sigma_0} - \bar{r}'_{1_0}),$$

sau încă, avînd în vedere și relațiile (12), mai rezultă:

$$(19)\quad \bar{u}\times(\bar{v}_{\sigma_{II}}-\bar{v}_{1_{II}})=-\omega_{\Delta}(\bar{r}'_{\sigma_{II}}-\bar{r}'_{1_{II}})+(h_{\sigma}-h_{1})\,\bar{\omega}_{II}\,,\quad(\sigma=2,\,3),$$

oricare din aceste două relaţii determinînd, după procedeele grafice cunoscute, vectorul $\omega_{\Delta}(r'_{\sigma_{II}}-r'_{1_{II}})$ şi deci şi mărimea necunoscută ω_{Δ}.

În fine, relaţiile (12), împreună cu acea dintre relaţiile (19) rămasă neutilizată, vor permite să se determine şi vectorii $\bar{r}'_{\sigma_0}$, $(\sigma=1,\,2,\,3)$.

În modul acesta a putut fi determinat vectorul reprezentativ al vitezei unghiulare instantanee:

$$(20)\quad \bar{\omega}^{r}=\bar{\omega}^{r}_{II}+\bar{\omega}^{r}_{\Delta}\,.$$

Revenirea la oricare dintre ecuaţiile (8) şi (9), va permite, în fine, să se determine şi vectorii reprezentativi ai componentelor plan-axiale ale vitezei de translaţie, scriindu-se:

$$(21)\quad \begin{cases} \bar{v}^{r}_{Q_{II}}=\bar{v}^{r}_{\sigma_{II}}-\bar{\omega}^{r}_{\Delta}\times\bar{r}'^{\,r}_{\sigma_0}\,, \\ \bar{v}^{r}_{Q_{\Delta}}=\bar{v}^{r}_{\sigma_{\Delta}}-\bar{\omega}^{r}_{II}\times\bar{r}'^{\,r}_{\sigma_0}\,. \end{cases} \qquad (\sigma=1,\,2,\,3),$$

Primită la 1 noiembrie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de geometrie descriptivă şi desen

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Antoniu M., *Asupra unui aspect al distribuţiei vitezelor şi acceleraţiilor în mişcarea solidului rigid.* Bul. Inst. polit. Iaşi, II (VI), *3—4* (1956).
2. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen Systems.* Julius Springer, Wien, 1928.
3. Huiu C., Irimiciuc N., Ibănescu I., *Quelques applications de la géométrie représentative plane -axielle dans la présentation graphique de l'algèbre vectorielle.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVI (XX), *3—4*, s. I (1970).
4. Huiu C., Irimiciuc N., Neagu G., *Une nouvelle présentation graphique de la théorie des vecteurs glissants.* (I) *Caractéristiques plane-axielles d'un système de vecteurs glissants.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *1—2*, s. I (1971).
5. Huiu C., Neagu G., Irimiciuc N., *Une nouvelle présentation graphique de la théorie des vecteurs glissants.* (II) *Réduction des vecteurs glissants.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *3—4*, s. I (1971).
6. Huiu C., Rusu E., Irimiciuc N., *Quelques applications de la géométrie représentative plane-axialle dans la cinématique graphique spacielle.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVIII (XXII), *1—2*, s. I (1972).
7. Huiu C., Rusu E., Irimiciuc N., *La méthode des coordonnées vectorielles plane-axielles dans la détermination des vitesses dans le mouvement général du solide rigide.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVIII (XXII), *3—4*, s. I (1972).
8. Huiu C., Irimiciuc N., Rusu E., Stancu M., *Distribution des accélérations déterminées par la méthode des coordonnées vectorielles plane-axielles.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XIX (XXIII), *3—4*, s. I (1973).
9. Huiu C., Buţurcă E., Tacu T., Luis V., *Aplicaţii ale metodei coordonatelor vectoriale plan-axiale în cinetostatica solidului cu puncte ghidate.* (I) *Determinarea parametrilor cinematici de ordinul întîi ai mişcării solidului.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *3—4*, s. I (1974).
10. Irimiciuc N., Kleper I., *Aplicarea metodei grafice a coordonatelor vectoriale cilindrice în teoria mecanismelor şi maşinilor.* Bul. Inst. polit. Iaşi, III (VII) *3—4* (1957).

11. Irimiciuc N., *Asupra unor aspecte grafice ale distribuțiilor vitezelor și accelerațiilor punctelor unui solid în mișcare generală.* Bul. Inst. polit. Iași, IV (VIII), *1—2* (1958).

QUELQUES ASPECTS GRAPHIQUES PLAN-AXIELS DES PROBLÈMES DES DISTRIBUTIONS DES VITESSES ET DES ACCÉLÉRATIONS DANS LE MOUVEMENT GÉNÉRAL DU RIGIDE

I. Distribution des vitesses

(Résumé)

Dans cette première Note on applique la méthode graphique des coordonnées vectorielles plane-axielles, élaborée par l'auteur, pour solutionner un problème général de la cinématique du mouvement spaciel du rigide: étant données tous les éléments qui déterminent les vitesses pour trois de ces points, il faut trouver les paramètres cinématiques de premier ordre, $\overline{v_Q}$ et $\overline{\omega}$, du rigide.

Les constructions graphiques qui donnent la solution du problème, basées sur les relations (17), (19) et (21) sont indiquées dans les fig. 1, 2 et 3.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621.822

THRUST CLUTCH BEARINGS — DYNAMIC CAPACITY AND LIFE

BY

M. D. GAFIŢANU and C R. RACOCEA

1. Introduction

As compared to other types of rolling bearings for autocars, thrust clutch bearings have both running and constructive pecularities. Inherent life changes, usually that are not taken into account, are to be expected, with consequently substantial expense.

2. Thrust Clutch Ball Bearings Operation. Failure Phenomena

The bearings mounting in the clutch device is shown, schematically, in Fig. 1 (a — eccentric operating, b — centric operating). Under no load conditions, due to the axial clearance between the ring *3* and the external cage *1* ($j_a = 0.02 \ldots 0.03$ mm) the rings are eccentric, the eccentricity e being dependent on the axial clearance j_a and

$$B = \frac{r_e + r_i - D}{D} \tag{1}$$

the total curvature (Fig. 2).

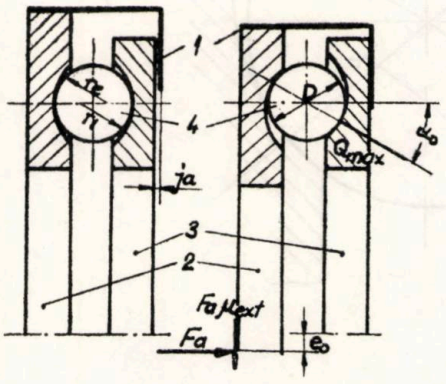


Fig. 1

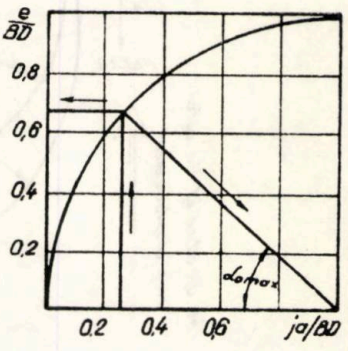


Fig. 2

Under axial load F_a, the ring 2 tends to center itself. The friction on the external surfaces, as well as the friction between the rolling bodies and the raceways contribute to a residual eccentricity e_0.

During the clutch operation, the load F_a has, generally, a cyclical character as well as the rotating speed. The number of cycles — for continuous autocar service — is included between thousands cycles/day at town buses and hundreds cycles/day at extraurban buses. Averaging, there might be considered 80 ... 100 clutch engagements/hour [4], [5]. High operating temperature (80 ... 120°C) and lubrication dificulties are to be added.

A large test program on autocars has been developed in order to analyse the failure phenomena in operating conditions; in this way there were observed the following failures:

i) pitting failures of contact surfaces (Fig. 3);

ii) cage wear on cage — balls contact surfaces (Fig. 4);

iii) lubricant alteration or removal.

Considering, as a first step, the pitting fatigue life test, measured on 5% of the tested bearings, it is to mention quite diminished values as compared to the results of classical calculus of the centric thrust ball bearings (Fig. 12).

3. Load Distributions on Rolling Bodies

3.1. Contact Angle

The free contact angle static equilibrium determined (neglecting centrifugal forces and deflections), as a first approximation is (Fig. 5):

$$\alpha_0 = \rho_{ext} + \rho. \tag{3.1}$$

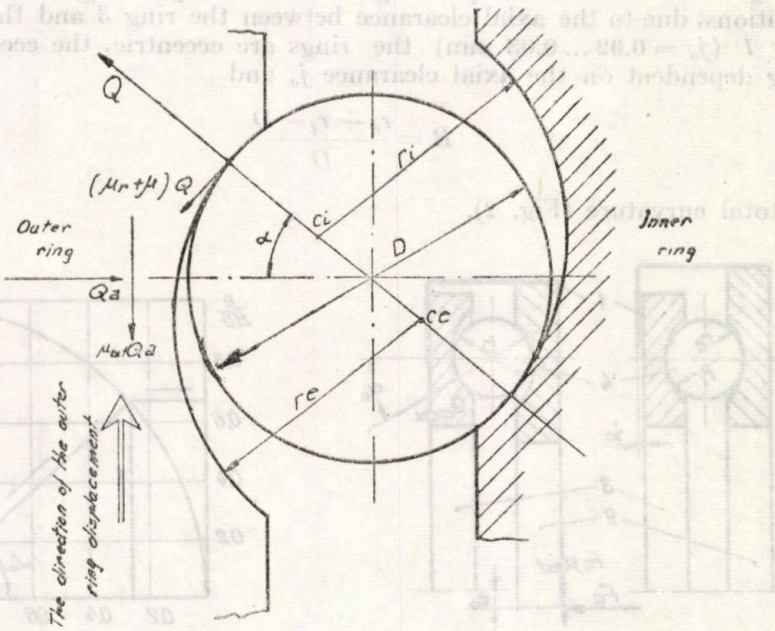


Fig. 5

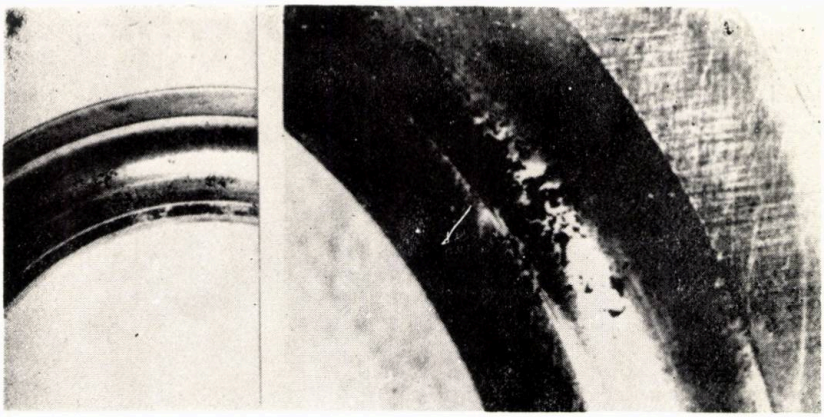


Fig. 3

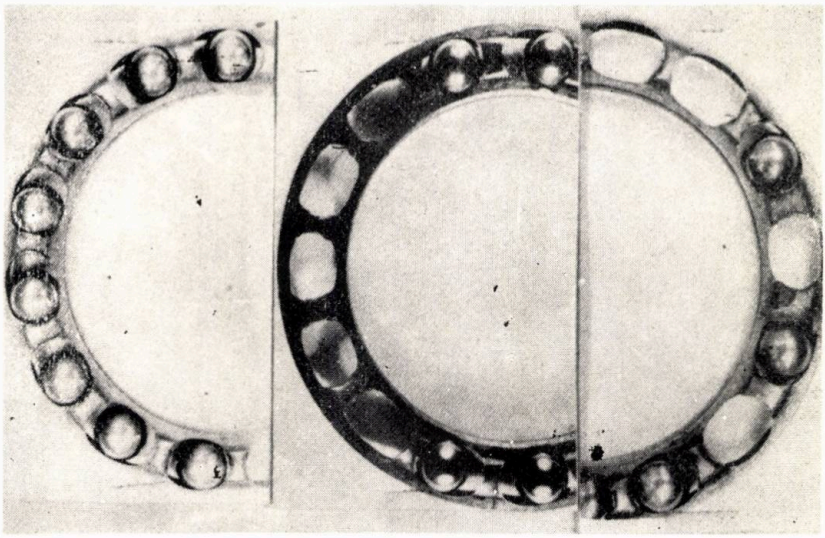


Fig. 4

For a rolling body under the angle φ to the most loaded ball (Fig. 6), the free contact angle $\alpha_{0\varphi}$ corresponding to an initial contact is:

$$\alpha_{0\varphi} = \tan^{-1}(\tan\alpha_0 \cos\varphi). \tag{3.2}$$

Assuming:

$$f_\varphi = \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_{0\varphi}} \tag{3.3}$$

the deflection of a given ball, under the angle φ is

$$\delta_\varphi = \delta_{\max} - P_{n\varphi}, \tag{3.4}$$

with $P_{n\varphi}$ – the normal clearance between ball and receways,

$$P_{n\varphi} = BD(1 - f_\varphi). \tag{3.5}$$

If

$$\varepsilon = \frac{\delta_{\max}}{BD}, \tag{3.6}$$

$$\delta_\varphi = \delta_{\max}\left[1 - \frac{1}{\varepsilon}(1 - f_\varphi)\right]. \tag{3.7}$$

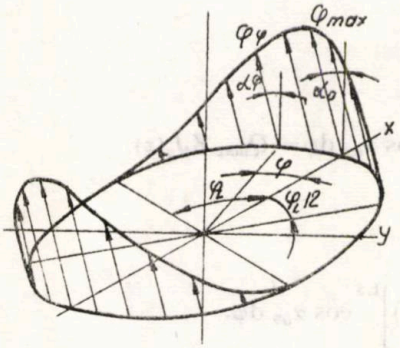


Fig. 6

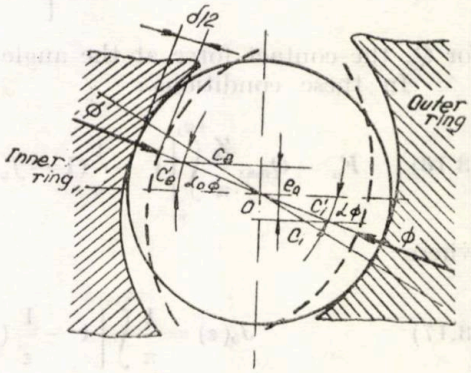


Fig. 7

For φ_1, the angle (Fig. 6) in which the normal clearance is anihilated under load

$$\varphi_1 = \cos^{-1}\frac{\tan[\cos^{-1}\cos\alpha_0/(1-\varepsilon)]}{\tan\alpha_0}, \tag{3.8}$$

where:

$$\delta_{\max} - P_{n\varphi_1} = \delta_{\varphi_1} = 0. \tag{3.9}$$

The contact deflections modify the contact angle to α_φ, and (Fig. 7):

$$\delta_\varphi = BD\left(\frac{\sin\alpha_{0\varphi}}{\sin\alpha_\varphi} - 1\right) \tag{3.10}$$

and

$$\sin \alpha_{\varphi} = \frac{\cos \alpha_{0\varphi} \sin \alpha_{0\varphi}}{\cos \alpha_0 + \varepsilon \cos \alpha_{0\varphi}} . \tag{3.11}$$

Neglecting the centrifugal effects and influence of deflections on contact angle — in studied field — we might consider :

$$\alpha_{\varphi e} = \alpha_{\varphi i} = \alpha_{\varphi} \simeq \alpha_{0\varphi} . \tag{3.12}$$

3.2. Load Distribution

If the load applied on a point contact is Q, then :

$$Q = \frac{K D^{0,5} \delta^{1,5}}{B^{1,5}} , \tag{3.13}$$

where K is a deflection constant

$$K \simeq 5.10^{10} B \quad [\mathrm{N/m^2}]. \tag{3.14}$$

From (3.7) and (3.14) :

$$Q_{\varphi} = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon} (1 - f_{\varphi}) \right]^{1,5} , \tag{3.15}$$

for Q_{φ} the contact force at the angle.

In these conditions :

$$F_a = Q_{\max} \frac{Z}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon} (1 - f_{\varphi}) \right]^{1,5} \cos \alpha_{0\varphi} \, \mathrm{d}\varphi = Q_{\max} Z J_a(\varepsilon), \tag{3.16}$$

where :

$$J_a(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon} (1 - f_{\varphi}) \right]^{1,5} \cos \alpha_{0\varphi} \, \mathrm{d}\varphi, \tag{3.17}$$

with values indicated in Fig. 8, and Z — ball number.

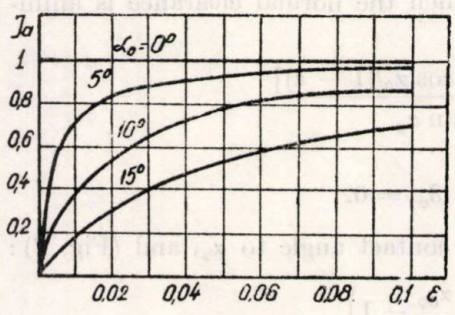


Fig. 8

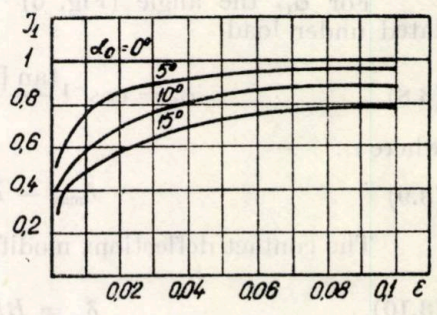


Fig. 9

By an appropiate step calculus, the equilibrium state and the corresponding ε values can be determined.

3.3. Non-uniform Load Distribution and Bearings Life

For the rotating raceway, the equivalent uniform contact load is [2]:

$$Q_{ci} = \left| \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} Q_\varphi^3 \, d\varphi \right|^{1/3} = Q_{\max} J_1, \tag{3.18}$$

$$J_1 = \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \left| 1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - f_\varphi \right) \right|^{4.5} d\varphi \right\}^{1/3}, \tag{3.19}$$

with values for J_1 in Fig. 9.

Similarly for the stationary raceway:

$$Q_{ce} = \left| \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} Q_\varphi^w \, d\varphi \right|^{1/w} = Q_{\max} J_2, \tag{3.20}$$

and for $w = pe = 10/3$

$$J_2 = \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon} (1 - f_\varphi) \right]^5 d\varphi \right\}^{0.3} \tag{3.21}$$

indicated in Fig. 10.

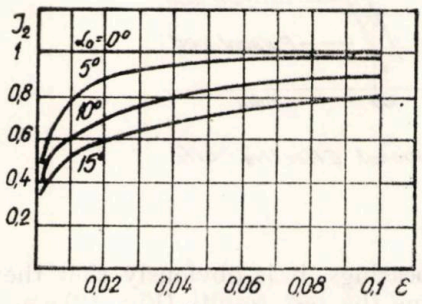


Fig. 10

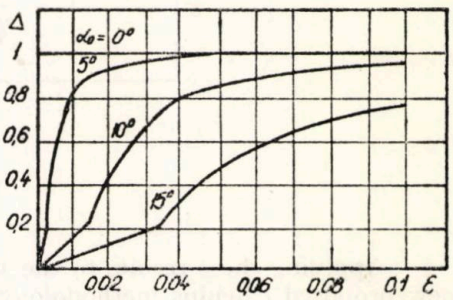


Fig. 11

The basic dynamic capacities for the rotating and stationary ring respectively, are:

$$C_{i,e} = Q^*_{ci,e} Z \frac{J_a}{J_{1,2}}. \tag{3.22}$$

Usually, for thrust ball bearings $r_e = r_i = r$

$$Q^*_{ci} = Q^*_{ce}. \tag{3.23}$$

Calculating the factor g_c [2]

$$g_c = \left[1 + \left(\frac{C_i}{C_e}\right)^w\right]^{-1/w} = \left[1 + \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^w\right]^{-1/w} \tag{3.24}$$

for the thrust ball bearings without eccentricity,

$$g_{co} = 0.81, \quad \text{and} \quad J_1 = J_2 = 1\,; \tag{3.25}$$

consequently

$$\Delta = \frac{L}{L_0} = \left[\frac{g_c}{g_{co}}\,\frac{J_a}{J_1}\right]^3, \tag{3.26}$$

with Δ the ratio between the centric bearings life and eccentric bearings one.

The Δ ratio appears to be a life correction, presented in Fig. 11 for the bearings studied.

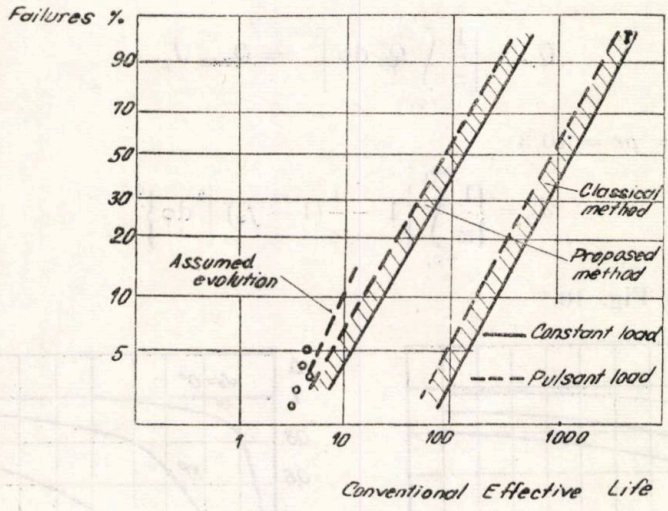


Fig. 12

Applying these results to the tested bearings, it is obviously that the new proposed calculus methodology explains the test results (Fig. 12) concerning the pitting failure phenomena.

4. Conclusions

For specific running conditions of clutch thrust bearings with a non-uniform load distribution on balls, a new method for the life calculus has been proposed. The life tests in operating conditions confirmed the suggested method for the explanation of the pitting failure phenomena.

Received September 30, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Parts

Nomenclature

B — total curvature
$C_{e,i}$ — basic dynamic capacity of a rotating and respectively nonrotating raceway
D — ball diameter
e, e_0 — eccentricity and residual eccentricity, respectively
F_a — applied axial load
g_c, g_{co} — factor combining the basic dynamic capacities of the separate bearing of the raceways for eccentric and centric ball bearing, respectively ($g_{co} = 0{,}81$)
$J_{1,2}$ — factor relating mean load on a rotating, respectively stationary raceway to Q_{max}
J_a — axial load integral
ja — axial clearance between exterior cage and ring
K — axial load deflection factor
L, L_0 — durability for eccentric and centric ball bearings respectively
$P_{n\varphi}$ — normal clearance between ball and raceways
Q — ball normal load
Q_φ — load applied on a certain ball
Q_{max} — applied load on the most stressed ball
$Q^*_{ce,i}$ — basic dynamic capacity of a raceway contact with rotating and stationary raceways, respectively
$r_{e,i}$ — raceways groove curvature radii
w — exponent, for point contact $w = 10/3$
Z — number of balls
α_0 — free contact angle of the most stressed ball
$\alpha_{0\varphi}$, $\alpha_{0\varphi_1}$ — free contact angle of a certain ball, and the angle corresponding to a limited position, respectively
α_φ — munted contact angle for a certain ball
Δ — fatigue life correction factor
δ,δ_φ — ball deflection and deflection of a certain ball from bearing respectively
δ_{max} — the deflection of the most stressed ball
ε — factor describing load distribution
φ, φ_e — angle of sight for a ball and angle of limited sight, respectively
ρ — angle of rolling friction between ball and raceway
ρ_{ext} — angle of slippage friction between the ball ring and other components of the shifting coupling device

REFERENCES

1. Harris T. A., *Rolling Bearings Analysis.* John Wiley & Sons, Inc., New York — London — Sydney, 1966.
2. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings.* Acta polytechnica, Mechanical Engineering Series, Stockholm, I, *3* (1947).
3. Rothbart H. A., *Mechanical Designs and Systems Handbook.* McGraw-Hill Book Company, New York — Toronto — London, 1964.
4. * * * *Analyses and Tests on the Behaviour of Thrust Bearings with Discontinnous Running.* Contract no. 19968. Proceedings at the end of 1969, Politechnic Institute Jassy, Faculty of Mechanical Engineering, 1969.
5. * * * *The Study of the Behaviour of Thrust Bearings with Discontinuous Running.* Contract no. 19751. Final proceedings, Politechnic Institute Jassy, Faculty of Mechanical Engineering, 1971.
6. Popinceanu N. G., Gafițanu M. D., *Contributions on New Methods of testing Bearings.* Studies and Researches of Applied Mechanics, XVIII, *2* (1967).

RULMENȚI AXIALI PENTRU AMBREIAJE — CAPACITATE DINAMICĂ ȘI DURABILITATE

(Rezumat)

Se propune o nouă metodă de determinare a durabilității rulmenților axiali pentru ambreiaje, cu încărcări neuniform distribuite pe bilele de rulment. Determinările experimentale în condiții de exploatare confirmă valabilitatea metodei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.82

DIMENSIONAREA BUCȘELOR-LAGĂR UTILIZATE ÎN MECANICA FINĂ

DE

LIVIU T. HOSTIUC

1. Introducere

În Mecanica fină cazul tipic de lagăr de alunecare este o bucșă fabricată din material antifricțiune (de regulă, bronz) fixată într-o carcasă care face corp comun cu o piesă fixă sau mobilă a ansamblului.

Îmbinarea între bucșă și arbore este, în mod obligatoriu, cu joc, ajustajul fiind ales în urma calculului lagărului de alunecare arbore-bucșă, [5], [6]; îmbinarea între bucșă și carcasă trebuie să fie cu strîngere, pentru ca bucșa să nu se miște în timpul funcționării ansamblului.

Ajustajul cu strîngere bucșă-carcasă provoacă deformații pe direcție radială la nivelul suprafeței interioare a bucșei; aceste deformații reduc jocul de funcționare al lagărului. Reducerea jocului este cu atît mai mare cu cît grosimea peretelui bucșei este mai mică și, evident, ea nu trebuie să depășească o valoare admisibilă, pentru buna funcționare a lagărului.

Lucrarea de față prezintă un algoritm de calcul pentru grosimea bucșei care ia în considerare influența reciprocă a celor două ajustaje și unele aspecte ergonomice ce rezultă din uzinarea celor trei piese.

2. Modificarea ajustajelor între piesele în contact din considerente ergonomice.

La executarea unui arbore, fig. 1, dimensiunea efectivă se realizează prin micșorarea diametrului semifabricatului și intrarea în cîmpul de toleranță se face de la abaterea superioară A_s către abaterea inferioară A_i (săgeata u).

Probabilitatea ca să se atingă abaterea minimă este foarte mică; muncitorul nu riscă execuția arborelui la dimensiunea minimă de teama rebutării piesei. Statistic s-a constatat [7] că dimensiunea efectivă a arborelui este cuprinsă, cu probabilitate de 95%, în partea superioară a cîmpului de toleranță, într-o zonă egală cu 2/3 din mărimea cîmpului.

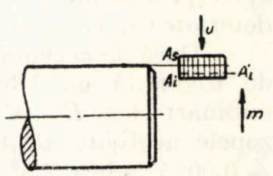


Fig. 1. — Relația arbore—cîmp de toleranță—uzinare

Dacă în calculul îmbinării arborelui cu contrapiesa respectivă se acceptă probabilitatea de mai sus, de modifică abaterea inferioară în sensul săgeții m:

$$A_i' = A_i + \frac{1}{3}(A_s - A_i). \tag{1}$$

Modificarea aceasta o vom numi în continuare „micșorarea cîmpului de toleranță cu 1/3 spre partea bună".

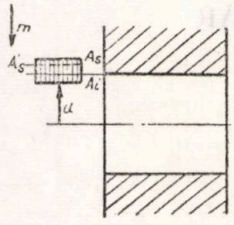


Fig. 2. — Relața carcasă—cîmp de toleranță — uzinare.

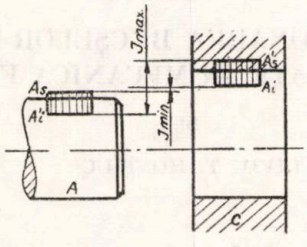


Fig. 3—Ajustaj cu joc A—C.

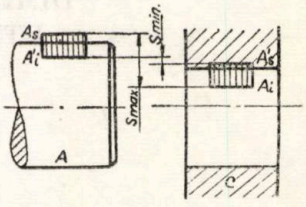


Fig. 4. — Ajustaj cu strîngere A — C.

La uzinarea unei carcase se pune aceeași problemă; intrarea în cîmpul de toleranță a dimensiunii efective se face însă de la abaterea inferioară către abaterea superioară, fig. 2. Deci, pentru carcase, reducerea cîmpului de toleranță cu 1/3 spre partea bună, din considerente ergonomice, înseamnă modificarea abaterii superioare:

$$A_s' = A_s - \frac{1}{3}(A_s - A_i). \tag{2}$$

Scriind pentru un ajustaj cu joc, fig. 3, jocul minim J_{min}, jocul maxim J_{max} și pentru un ajustaj cu strîngere, fig. 4, strîngerea minimă S_{min}, strîngerea maximă S_{max}, cu abaterile A_i' și A_s' date de (1) și (2), rezultă:

$$\begin{cases} J_{min} = (A_i)_C - (A_s)_A, \quad J_{max}^{(m)} = (A_s')_C - (A_i')_A, \\ S_{min}^{(m)} = (A_i')_A - (A_s')_C, \quad S_{max} = (A_s)_A - (A_i)_C. \end{cases} \tag{3}$$

Se observă din relațiile (3) că micșorarea cîmpului de toleranță cu 1/3 spre partea bună modifică, la ajustajele cu joc, numai jocul maxim, iar la ajustajele cu strîngere, numai strîngerea minimă.

O bucșă-lagăr B — fig. 5 — face contact cu arborele A printr-un ajustaj cu joc în sistem arbore unitar și este fixată în carcasa C printr-un ajustaj cu strîngere sistem alezaj unitar, deoarece bucșa este piesa care se deteriorează cel mai repede.

Dacă se acceptă calculul celor două îmbinări cu modificarea cîmpurilor de toleranță cu 1/3 spre partea bună, probabilitatea de realizare a unei îmbinări A — B — C cu dimensiunile efective d_1, respectiv d, cuprinse în zonele neglijate ale celor două cîmpuri de toleranță este de: 0,05 . 0,05 = = 0,0025, adică 2,5‰; avînd în vedere această probabilitate convenabilă, se propune considerarea în calculul de dimensionare al bucșei a modificărilor cuprinse în relațiile (1), (2) și (3).

3. Algoritm și schemă logică

În principiu, calculul diametrului exterior d al bucșei se face din condiția :

$$\Delta_1 \leqslant (\Delta_1)_a, \tag{4}$$

unde Δ_1 reprezintă micșorarea diametrului d_1 în timpul funcționării ansamblului, deformație cauzată de ajustajul cu strîngere $B—C$ și de temperatura de funcționare diferită de temperatura de montaj, iar $(\Delta_1)_a$ este valoarea admisibilă a acestei deformații.

Pentru $(\Delta_1)_a$ se propun valorile :

$$\begin{cases} (\Delta_1)_a = (0{,}2 - 0{,}25)J_m, & \text{pentru } d_1 \leqslant 10 \text{ mm}, \\ (\Delta_1)_a = (0{,}3 - 0{,}35)J_m, & \text{pentru } d_1 > 10 \text{ mm}, \\ J_m = \frac{1}{2}(J_{\min} + J_{\max}^{(m)}). \end{cases} \tag{5}$$

În (5) valorile minime se iau pentru ungerea lagărului $A - B$ cu ulei, iar valorile maxime — pentru ungerea cu unsoare consistentă.

Diametrul exterior al bucșei este cuprins între două valori limită :

$$d = d_1 + a, \quad d_{\max} = d_2 - b, \tag{6}$$

unde a este impus de posibilitățile tehnologice de execuție a bucșei, și b de rezistența carcasei.

Se pot lua în considerare valorile : $a = 2$ mm, pentru $d_1 \leqslant 10$ mm ; $a = 3$ mm, pentru $d_1 > 10$ mm ; $b = 4$ mm, pentru carcase din oțel ; $b = 6 \ldots 8$ mm, pentru carcase din aluminiu ; $b = 10 \ldots 12$ mm, pentru carcase din material plastic.

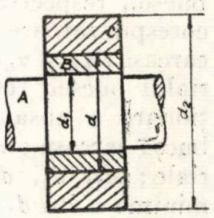


Fig. 5.—Montaj tipic pentru o bucșă-lagăr; A—arbore, B—bucșă, C — carcasă.

Algoritmul de calcul al diametrului d comportă următoarele etape :

a) stabilirea claselor de precizie și a ajustajelor bucșă-carcasă ce satisfac condițiile problemei ; se iau în considerare [2], clasele de precizie 8, 7, 6, 5 — I. S. O. și toate ajustajele de trecere și cu strîngere ale claselor de precizie respective — în sistemul alezaj unitar ; se începe calculul cu primul ajustaj de trecere în clasa de precizie cea mai mare ;

b) calculul strîngerilor minime modificate, $S_{\min}^{(m)}$, și a strîngerilor maxime, $S_{\max}$, cu relația (3) pentru toate ajustajele alese ;

c) eliminarea ajustajelor ce nu satisfac condiția :

$$\begin{cases} S_{\min}^{(m)} \geqslant 2 \ldots 4 \ \mu\text{m} & \text{pentru } d \leqslant 10 \text{ mm}, \\ S_{\min}^{(m)} \geqslant 4 \ldots 6 \ \mu\text{m} & \text{pentru } d > 10 \text{ mm}, \end{cases} \tag{7}$$

unde valorile mici se iau pentru carcase din oțel sau fontă, iar valorile mari pentru carcase din aluminiu și material plastic ;

d) stabilirea variantelor tehnologice posibile pentru prelucrarea suprafețelor de contact bucșă-carcasă ; trebuie avut în vedere că pentru bucșe de bronz și carcase de aluminiu nu este posibilă operația de rectificare ; de exemplu, o variantă tehnologică de prelucrare a unei bucșe de bronz montată într-o carcasă de aluminiu este : bucșă strunjită fin ($Rz = 6{,}3$ μm) și carcasă alezată ($Rz = 3{,}2$ μm).

Valorile rugozităților maxime Rz, pentru fiecare tip de prelucrare se iau din [4] ;

e) determinarea presiunii maxime efective [1] între bucșă și carcasă :

$$(8)\quad \begin{cases} (p_{max})_{ef} = \dfrac{S_{max} - \Delta Z - \Delta T}{d\left(\dfrac{K_B}{E_B} + \dfrac{K_C}{E_C}\right)}\, 10^{-3}\ [\mu m], \text{ cu :} \\ \Delta Z = 1{,}2(Rz_B + Rz_C)\ [\mu m], \\ \Delta T = d(\alpha_B - \alpha_C)(t_r - t_0)\, 10^3\ [\mu m], \\ K_B = -m_B + \dfrac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2}, \\ K_C = m_C + \dfrac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2}, \end{cases}$$

și unde S_{max}, în μm, este strîngerea maximă a ajustajului calculată cu (3) ; E_B și E_C, în daN/mm², sînt module de elasticitate pentru materialul bucșei, respectiv carcasei ; Rz_B și Rz_C sînt rugozitățile maxime, în μm, corespunzătoare tehnologiei de prelucrare prescrise pentru bucșă, respectiv carcasă ; α_B și α_C, în 1/°C, sînt coeficienți de dilatare termică liniară la materialul bucșei, respectiv carcasei ; t_r și t_0, în °C, sînt temperatura de funcționare a ansamblului, respectiv temperatura la care s-a făcut îmbinarea bucșă-carcasă ; m_B și m_C sînt coeficienții Poisson pentru cele două materiale ; d_1, d_2, d, în mm, conform fig. 5 ; calculul se începe cu valoarea minimă a lui d, conform relației (6) ;

f) verificarea de rezistență a bucșei și carcasei, [1] :

$$(9)\quad \tau_{max} \leqslant \tau_a = 0{,}57\, \sigma_{a_{tr}},$$

unde $\sigma_{a_{tr}}$ este efortul unitar normal admisibil la solicitarea de tracțiune pentru materialul respectiv și :

$$(10)\quad \begin{cases} (\tau_{max})_C = (p_{max})_{ef} \dfrac{d_2^2}{d_2^2 - d^2}\ [daN/mm^2], \\ (\tau_{max})_B = (p_{max})_{ef} \dfrac{d^2}{d^2 - d_1^2}\ [daN/mm^2]; \end{cases}$$

g) determinarea deformației Δ_1, [1] și verificarea condiției (4) :

$$(11)\quad \Delta_1 = 2(p_{max})_{ef} \frac{d^2 d_1 10^3}{E_B(d^2 - d_1^2)}\ [\mu m].$$

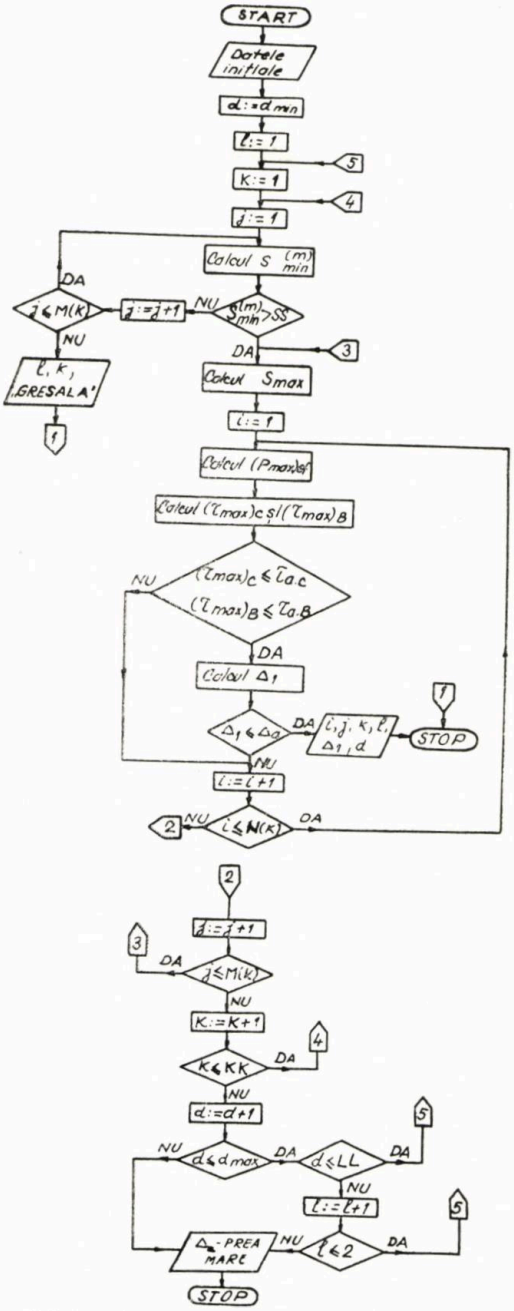


Fig. 6. — Schemă logică bloc pentru calculul diametrului d

Dacă condiția (9) sau condiția (4) nu este îndeplinită se efectuează modificări cu următoarea prioritate :

1° se modifică varianta tehnologică de prelucrare a bucșei și carcasei, în sensul obținerii unor rugozități mai mici ;

2° se modifică clasa de precizie, în sensul adoptării uneic lase de precizie cu toleranțe mai strînse ;

3° se modifică diametrul d :

$$(12) \quad \begin{cases} d = d + p, \text{ cu :} \\ p = 0{,}5 \text{ mm} \quad \text{pentru} \quad d \leqslant 10 \text{ mm}, \\ p = 1 \text{ mm} \quad \text{pentru} \quad d > 10 \text{ mm}. \end{cases}$$

Schema logică bloc a algoritmului expus mai sus este prezentată în fig. 6.

Se precizează următoarele semnificații ale simbolurilor utilizate în schema logică :

1° variabila discretă i parcurge șirul variantelor tehnologice de prelucrare a bucșei și carcasei, în interiorul unei clase de precizie ;

2° variabila discretă j parcurge șirul ajustajelor luate în considerare în interiorul fiecărei clase de precizie ;

3° variabila discretă k parcurge șirul claselor de precizie ;

4° variabila discretă l parcurge șirul domeniilor de variație ale diametrului d, în interiorul cărora sînt valabile abaterile A_s și A_i ale ajustajelor ; se vor lua două domenii consecutive cînd $d_{\min}$ și $d_{\max}$ nu sînt cuprinse în același domeniu ; în caz contrar, $l = 1$;

5° vectorul $N(k)$ reprezintă, prin valorile sale, numărul de variante tehnologice de prelucrare ale bucșei și carcasei ce se pot realiza în interiorul unei clase de precizie ; valorile $N(k)$ limitează variabila discretă i ;

6° vectorul $M(k)$ reprezintă, prin valorile sale, numărul de ajustaje luate în considerare ca posibile în interiorul unei clase de precizie ; valorile $M(k)$ limitează variabila discretă j ;

7° constanta KK reprezintă numărul de clase de precizie luate în considerare ;

8° constanta SS reprezintă limita lui $S_{\min}^{(m)}$, conform lui (7) ;

9° constanta LL reprezintă limita superioară a primului interval de variație a diametrului d pentru care sînt valabile cîmpurile de toleranță ale ajustajelor ;

10° datele inițiale ale problemei sînt : d_1, d_2, $d_{\min}$, $d_{\max}$,

$$E_B,\ E_C,\ m_B,\ m_C,\ \alpha_B,\ \alpha_C,\ t_r,\ t_0,\ \sigma_{atrB},\ \sigma_{atrC},\ N(k),\ M(k),$$

$$KK,\ LL,\ A_s(l,\ k,\ j),\ A_i(l,\ k,\ j),\ \mathrm{Rz}_B\ (k,\ i),\ \mathrm{Rz}_C\ (k,\ i),\ p,\ \Delta_a.$$

4. Concluzii

1. Dimensionarea bucșelor-lagăr în Mecanica fină trebuie făcută tinzînd spre diametrul exterior minim ; pentru aceasta grosimea pereților bucșei trebuie calculată cu precizie.

2. La dimensionarea bucșei-lagăr se micșorează cîmpurile de toleranță ale ajustajelor bucșă-carcasă cu 30% deoarece probabilitatea de apariție simultană a jocului maxim între bucșă-arbore și a strîngerii minime între bucșă-carcasă (cazul cel mai nefavorabil), este 2,5‰.

3. Rezolvarea precisă și rapidă a acestei probleme necesită un calculator electronic.

4. În principiu, algoritmul cu schema logică din fig. 6 sînt valabile și pentru bucșe-lagăr de dimensiuni mai mari care se întîlnesc frecvent în construcția de mașini; pentru exemplificare se pot cita: lagărele rolelor de cablu și ale rolelor de susținere ale benzilor transportoare, lagărul bolț-bielă la unele mașini cu piston, lagărele unor cuplaje de siguranță de fricțiune.

Primită la 15 martie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Manea Gh., *Organe de Mașini.* Vol. 1, Ed. tehn., Buc., 1971.
2. Demian T., *Mecanisme și elemente constructive de mecanică fină.* Vol. 2, EDP, Buc., 1970.
3. Richter O., *Bauelemente der Fainmechanik.* Verlag Technik, Berlin, 1957.
4. Popinceanu N., *Precizia organelor de mașini.* Litografia Inst. polit. Iași, 1969.
5. Vogelpohl G., *Betriebssichere Gleitlager.* Springer-Verlag, Berlin — Heidelberg — New York, 1967.
6. Rothbart H. A., *Mechanical Design and Sistems Handbook.* Mc. Graw-Hill Book Co., New York — Toronto — London, 1964.
7. * * * *DÜRKOPP — NADELLAGER.* Katalog W 117D, Dürkoppwerke, GMBH Bielefeld, 1967.

LA DÉTERMINATION DES DIMENSIONS DES COUSSINETS DU PALIER UTILISÉS DANS LA MÉCANIQUE DE FINESSE

(Résumé)

Ce travail présente un algorithme de calcul pour le diamètre extérieur d'un coussinet de petites dimensions, algorithme qui prends en considération l'influence des ajustements coussinet-arbre et coussinet-corps du palier; ces ajustements sont corrigés par des considérations ergonomiques.

La fig. 6 présente le schéma logique-bloc de l'algorithme en cas de l'utilisation d'un calculateur numérique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 620.121

MODIFICĂRI ÎN STRUCTURA ȘI CARACTERISTICILE MECANICE ALE OȚELULUI DE SCULE C-120 PRIN TRATAMENT TERMIC LA TEMPERATURI SUB ZERO GRADE (III)

DE

GH. AILINCĂI, I. ALEXANDRU, ADRIAN DIMA și LIVIU TĂMĂȘDAN

1. Introducere

În prezenta lucrare ne propunem să elucidăm care este influența unor tratamente termice neconvenționale, cum ar fi călirea sub zero grade integrată în diverse tipuri de tratamente termice, asupra proprietăților mecanice și tehnologice cît și a modificărilor structurale ce apar la un oțel de scule bogat aliat C-120. Acest oțel, cu un tratament termic clasic, este folosit la scule pentru prelucrarea la rece (matrițe, ștanțe, etc.) precum și pentru scule aschietoare de viteză și productivitate mică (filiere, freze, etc.), conform STAS 3611-66. Pe plan mondial [2] se preconizează, datorită proprietăților scăzute ale acestui oțel tratat clasic, înlocuirea cu un oțel mult mai scump. În aceste condiții investigarea ridicării proprietăților mecanice și tehnologice ale unui oțel economic, prin prelucrări termice neconvenționale (sub zero grade), la nivelul proprietăților oțelurilor de înlocuire credem că este binevenită. Neuniformizarea structurală cît și existența unei cantități de A_{rez} fac improprie folosirea acestui oțel la un randament maxim, iar transformările structurale produse în timpul exploatării produc variații dimensionale, lucru nepermis la scule de precizie: broșe, alezoare, filiere, etc.

2. Metodica de cercetare

Compoziția chimică a oțelului studiat a prezentat: 2,00%C; 0,30%Mn; 0,25%Si; 11,6%Cr; 0,27%Ni; 0,021%S; 0,025%P. Este un oțel ledeburitic, prezentînd o călibilitate bună și variații de volum la călire minime, însă cu variații anizotrope a dimensiunilor; începutul transformării martensitice (Ms) în jur de 180°C.

S-au ales următoarele variante de tratament termic: 1. călire de la 950°C/ulei; 2. călire 950°C/ulei + revenire la 240°C/1 oră, aer; 3. călire 950°C/ulei + răcire la — 70°C/45 min; 4. călire 950°C/ulei + răcire la —70°C/min + revenire la 240°C/1 oră, aer; 5. călire 950°C/ulei+revenire la 240°C/oră, aer + răcire la — 70°C/45 min (fig. 1).

Pentru a evita stabilizarea A_{rez} obținută în urma călirii în ulei, s-a ales o pauză redusă, între răcirea în ulei și cea în agent frigorific, de 5 min. Privind acest lucru, în lucrările de specialitate sînt date contradictorii: unii autori afirmă că această pauză poate să ajungă pînă la 20 ore fără

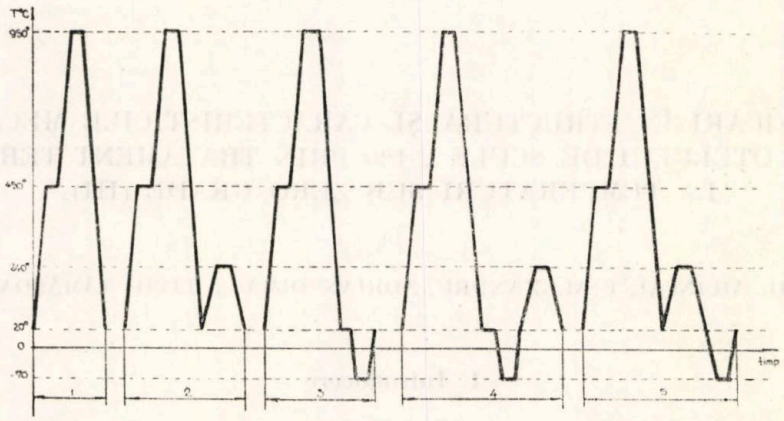
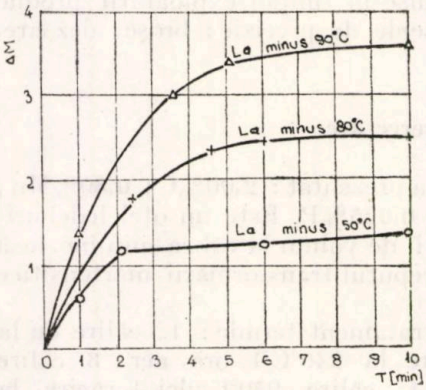


Fig. 1. — Regimuri de tratament folosite.

a se produce micșorarea efectului de tratament, lucru discutabil însă, deoarece pentru a se produce transformarea în cantitate cît mai mare și la temperatură nu prea joasă se impune ca viteza de răcire să fie pe cît posibil continuă după Ms (fără întreruperi) [3], Martensita se formează din A_{rez} (suprarăcită în acest caz) la temperaturi negative nu numai la răcire continuă ci și la menținere izoterme, fig. 2; se observă însă, cu cît menținerea se face la temperatură mai joasă cantitatea din M este mai mare.

S-a stabilit de asemenea că M se formează nu numai în timpul



Fig, 2 — Variația cantității de martensită formată, funcție de timp și temperatură.

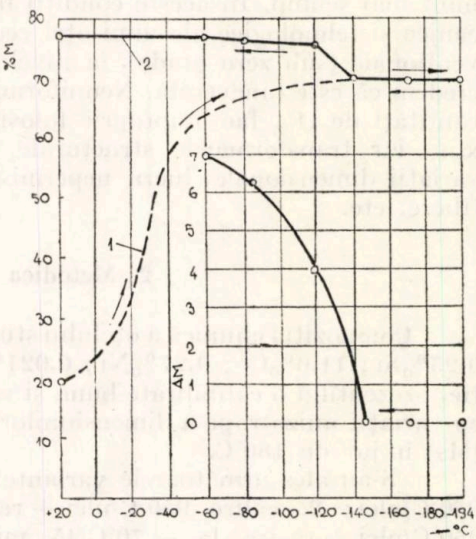


Fig. 3. — Variația cantității de martensită formată, funcție de temperatura la răcire și încălzire.

răcirii sub zero grade (curba *1*) ci și al revenirii la temperatură normală (curba *2*), fig. 3, dar numai în intervale de temperaturi foarte joase (—150 la — 60°C).

În vederea efectuării experiențelor încălzirea epruvetelor s-a efectuat în băi de săruri cu preîncălzire la 450°C și încălzire finală la 950°C, răcirea în ulei la 30°C cu agitare continuă, iar continuarea răcirii pînă la —70°C într-un criostat [1]. Probele au fost supuse încercărilor mecanice de duritate și încovoiere, tehnologice de durabilitate și structurale. Interpretarea rezultatelor s-a făcut comparativ între cele obținute la tratamentul clasic și celelalte variante aplicate.

3. Rezultatele obținute

Pînă nu de mult se credea că dintre proprietățile mecanice ale unui oțel aliat de scule, cea care dictează reușita unui tratament termic este duritatea ; acest lucru s-a dovedit inexact deoarece aceste oțeluri în exploatare sînt supuse unui complex de solicitări, care determină să se ia în considerare toate proprietățile mecanice și tehnologice coroborate între ele. Lucru demonstrat deja și care reiese și din lucrare, este că în cazul oțelurilor bogat aliate de scule, mai mult decît mărimea durității, influență mai mare o are uniformitatea ei.

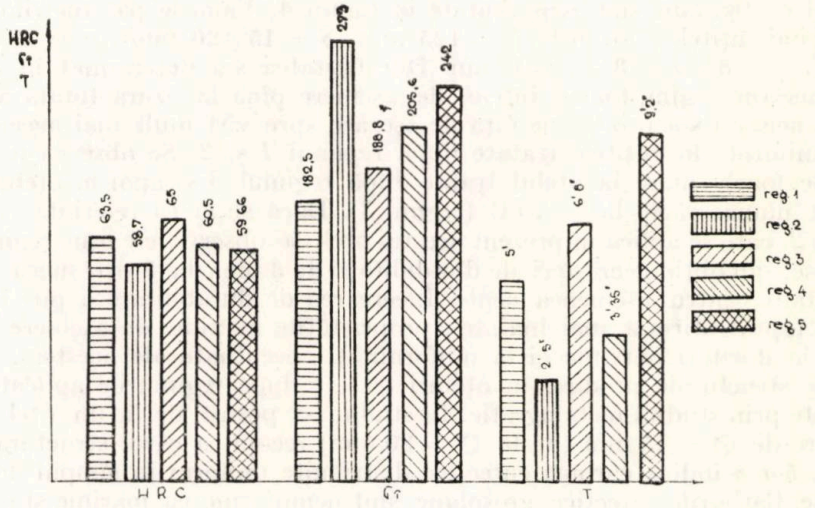


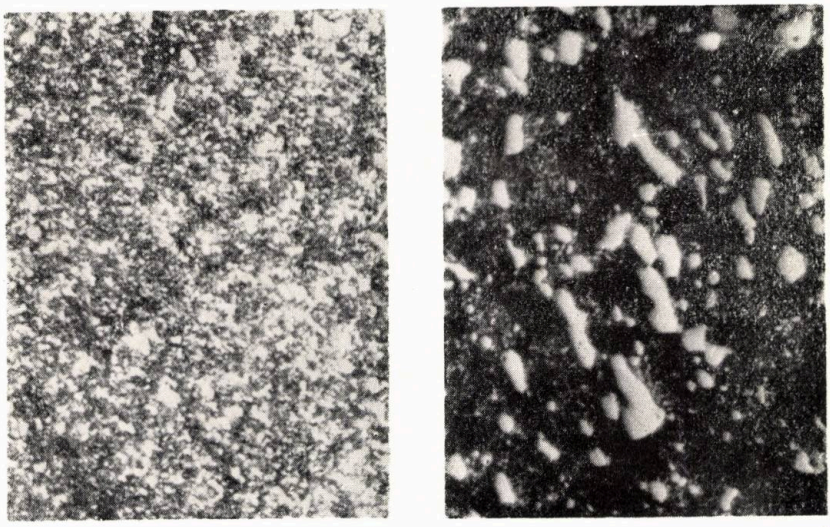
Fig. 4.— Variația durității, rezistenței la încovoiere și a durabilității în funcție de regimul folosit.

Duritatea, măsurată pe probele metalografice, după îndepărtarea stratului superficial decarburat, este reprezentată în fig. 4. Se observă că revenirea aplicată probelor după călirea în ulei cît și după răcirea la — 70°C a dus la micșorarea durității, cu 4,8 respectiv 4,5 unități HRC ; aplicarea unei răciri sub 0°C după efectuarea revenirii a adus un spor de duritate de cca 1 unitate HRC, iar aplicarea răcirii la — 70°C după călirea în ulei a determinat creșterea durității cu 2.5 unități HRC. Uniformitatea cea

mai mare a durității o prezintă epruvetele care au fost răcite sub zero grade în ordine: regimul *3*, *5* și *4*, lucru ce se explică prin faptul că răcirea la — 70°C a dus la micșorarea cantității de $A_{rez.}$.

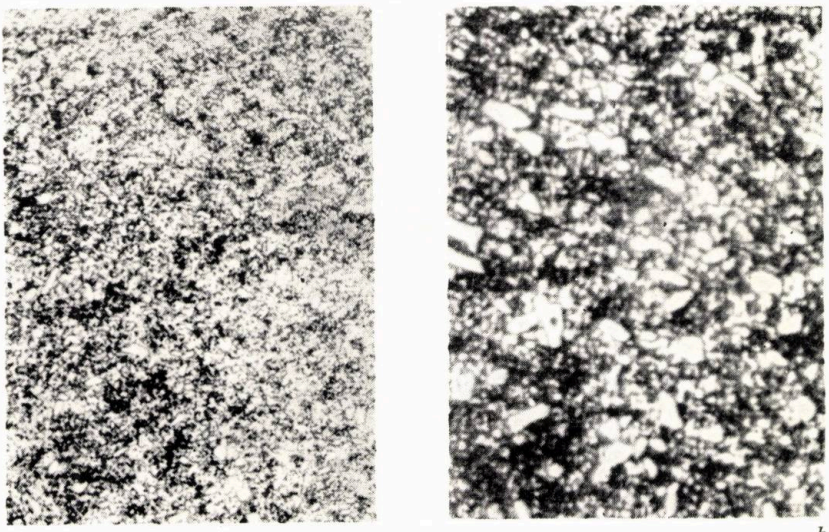
Rezistența la încovoiere s-a efectuat pe epruvete cu secțiunea circulară $d = 10$ mm, $L = 130$ mm, iar distanța dintre reazeme de 100 mm. Rezultatele obținute sînt reprezentate în fig. 4 și ele reflectă modificările produse de diversele regimuri de tratament termic aplicat. Astfel, rezistența cea mai mică o prezintă probele tratate după regimul *1* cu toate că duritatea cea mai mare o prezintă regimul trei, însă uniformitatea structurii obținută în acest caz a determinat această creștere. Revenirea aplicată la 240°C a dus efectiv la creșterea rezistenței la încovoiere prin faptul că structura de revenire, *M* cubică și bainită, este mult mai tenace decît martensita de călire (tetragonală). Ruperea s-a produs fără să se înregistreze deformații remanente. Obținerea acestor valori ridicate ale rezistenței de rupere la încovoiere în urma ciclurilor de tratament termic alese, face posibilă folosirea acestui oțel cu succes la operații de așchiere cu solicitări dinamice cît și la celelalte prelucrări mecanice la rece ce supun scula la șocuri (matrițe, ștanțe, etc.). Determinarea capacității așchietoare a oțelului C-120 în stadiile de tratament termic alese s-a făcut prin încercări de durabilitate la strunjire. Valorile durabilității, care s-a executat folosind un regim intens de așchiere: $t = 5$ mm, $2A_c = 10$ mm, $s = 0{,}44$ mm/rot, $N = 34$ rot/min, $v = 19{,}8$ m/min; așchiind un oțel carbon OL 50 cu diametrul de 185 mm, sînt reprezentate în figura 4. Valorile parametrilor geometrici ai cuțitelor au fost: $L = 125$ mm, $S = 15 \times 20$ mm^2, $\varkappa = 45°$, $\varkappa_1 = 30°$, $\gamma = 8°$, $\alpha = 3°$, $r = 1$ mm. Durabilitatea s-a determinat în condițiile acestui regim foarte intens de așchiere pînă la uzura totală a cuțitelor; aceasta s-a produs pe fața de așezare spre vîrf mult mai accentuată și neuniformă la cuțitele tratate după regimul *1* și *2*. Se observă o durabilitate foarte mare la oțelul tratat după regimul *5* și apoi la oțelul care a fost numai răcit la — 70°C (regim *3*). Dacă se ia ca referință regimul clasic, *2*, care se aplică în prezent acestui oțel, se observă că prin regimurile propuse s-au obținut creșteri ale durabilității de 3 pînă la 5 ori, lucru foarte important pentru asemenea scule. Încercarea de durabilitate a pus în evidență faptul afirmat mai înainte: proprietățile maxime de așchiere nu se obțin la durități maxime ci la uniformități accentuate ale acesteia. Modificările structurale produse în oțeluri tratate după regimurile aplicate sînt reliefate prin studiul metalografic. În studiu s-a pornit de la un oțel forjat în bare de $\varnothing = 15$ mm (de la $\varnothing = 80$ mm) recopt, a cărui structură dată în fig. 5 *a*, *b* indică carburi eutectice distribuite uniform în cîmpul de bază perlitic. Carburile eutectice, grosolane, sînt neuniforme ca mărime și nu prezintă o formă geometrică regulată; această structură arată că materialul supus cercetării este corespunzător neprezentînd defecte de structură.

După călirea clasică, apare structura caracteristică de călire pentru un asemenea oțel ledeburitic: carburi eutectice de Cr și carburi eutectoide cu o repartiție mai uniformă pe un fond de bază austenito-martensitic. Caracteristic pentru acest oțel este faptul că martensita nu este aciculară, vizibilă, ci este o martensită criptocristalină, fig. 6 *a* și *b*. Structura oțelului supus unei reveniri la 240°C indică de asemenea distribuția carburilor eutectice și eutectoide de Cr pe un cîmp de *M* cubică și $A_{rez.}$, cu insule mici de bainită, fig. 7 *a*, *b*. Prin aplicarea unei reveniri la 240°C după răcire



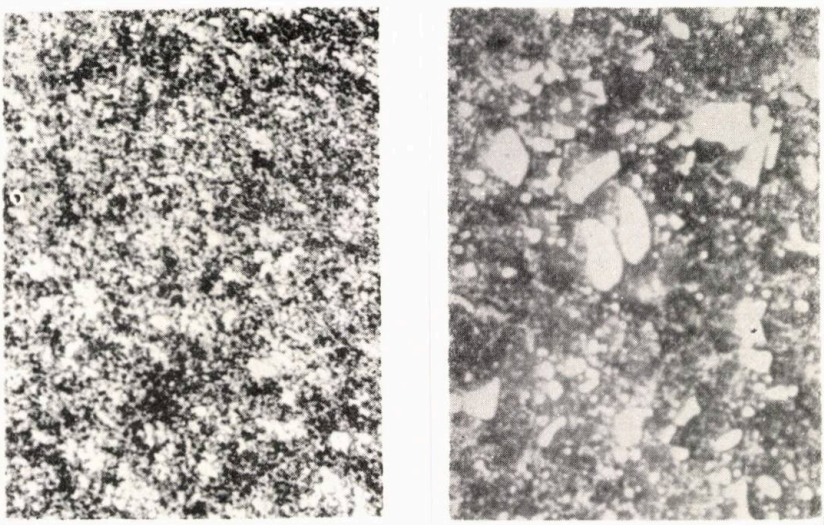
a *b*

Fig. 5. — Microstructura oțelului C 120, forjat și recopt ; atac : nital 2% ; a) 100 : 1 ; b) 500 : 1.



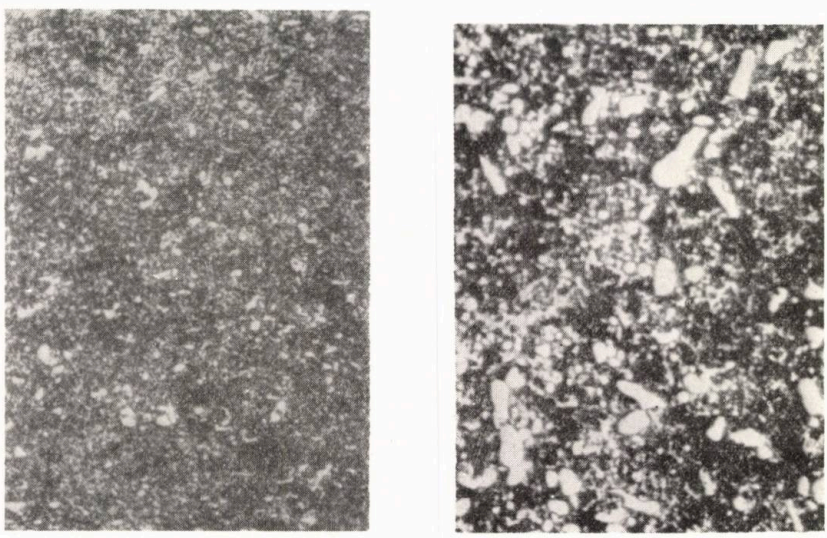
a *b*

Fig. 6. — Microstructura oțelului C120, călit în ulei (regim *1*) ; atac : nital 2% ; a) 100 : 1 ; b) 500 : 1.



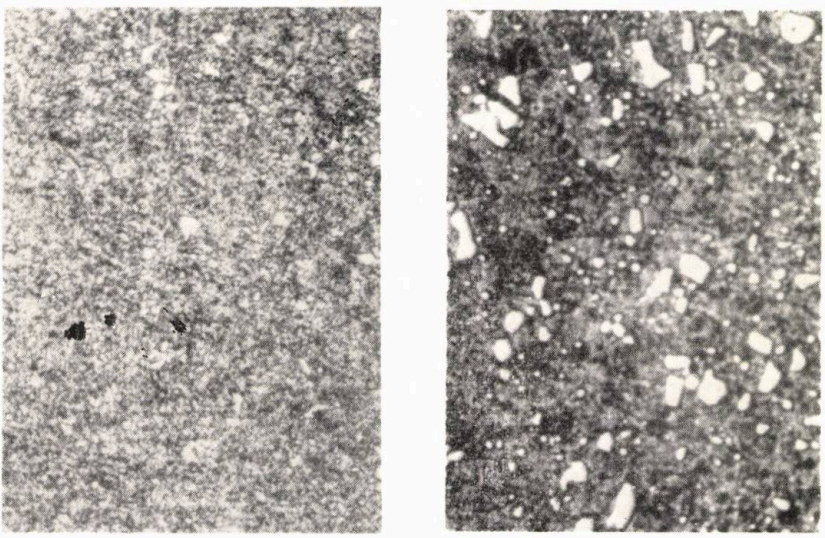
a *b*

Fig. 7. —Microstructura oțelului C120, călit în ulei și revenit (regim *2*) ; atac : nital 2%; a) 100 : 1 ; b) 500 : 1.



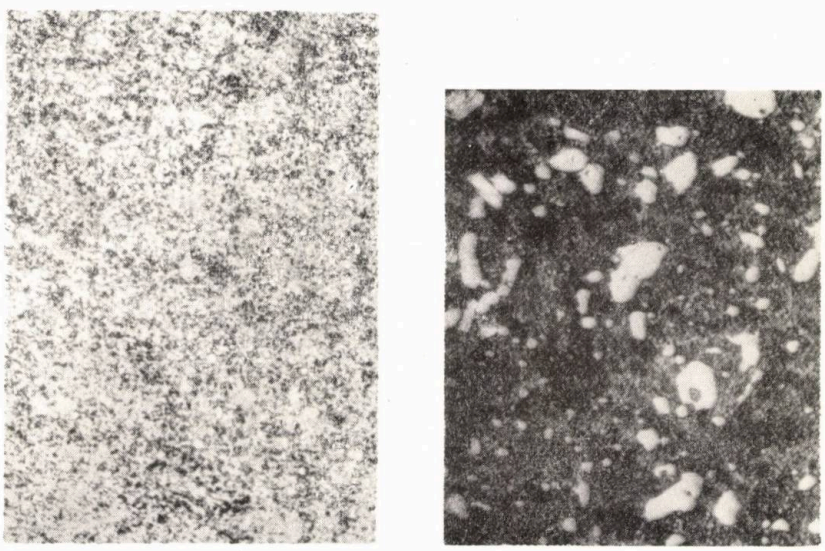
a *b*

Fig. 8. — Microstructura oțelului C120, călit sub zero grade (regim *3*) ; atac : nital 2% ; a) 100 : 1 ; b) 500 : 1.



a *b*

Fig. 9. — Microstructura oțelului C120, revenit după călire sub zero grade (regim *4*); atac: nital 2%; a) 100 : 1; b) 500 : 1.



a *b*

Fig. 10. — Microstructura oțelului C120, răcit sub zero grade după revenire (regim *5*); atac: nital 2%; a) 100 : 1; b) 500 : 1.

cirea sub 0°C în structura materialului s-au produs modificări caracteristice: M tetragonală s-a transformat în M cubică, au apărut mici zone bainitice; asupra A_{rez} rămase după călire sub 0°C (care este în cantitate foarte mică), practic, nu s-a exercitat nici o influență, fig. 9 *a* și *b*. Continuarea răcirii la temperatura de — 70°C după revenirea la 240°C a determinat transformarea unei cantități foarte reduse de A_{rez}, deoarece prin revenire s-a produs o stabilizare pronunțată a acesteia micșorînd astfel efectul răcirii sub zero grade. Într-o bază austenito-martensitică se află carburi eutectice și eutectoide de Cr alături de insule de bainită care nu a suportat modificări la continuarea răcirii, fig. 10 *a* și *b*. Diferențele microstructurale ale probelor tratate după regimurile de tratament termic propuse nu sînt pregnante datorită naturii acestui oțel, însă ele pot, totuși, pune în evidență influența pozitivă ce o are coborîrea temperaturii sub 0°C asupra acestui oțel de scule, prin realizarea unei structuri mai uniforme în toată masa, ceea ce are repercusiuni directe asupra proprietăților mecanice și tehnologice.

4. Concluzii

1. Aplicarea tratamentului termic la temperaturi negative oțelului de scule C-120 este oportună deoarece pe lîngă sporul de duritate, mărește uniformitatea structurală, deci implicit proprietățile de așchiere, păstrînd în același timp o tenacitate mai ridicată față de tratamentul de călire simplă.

2. Durabilitatea cea mai ridicată obținută prin regimul *5* și *3* indică faptul că tratamentul sub 0°C la acest oțel poate constitui un tratament termic final; nu s-au semnalat defecte (fisuri, microfisuri etc.) în timpul tratamentului termic sau în timpul încercărilor.

3. Acest tratament sub 0°C poate fi aplicat, cu deplin succes, atît sculelor din oțel C 120 supuse în exploatare la șocuri (matrițe, ștanțe, etc.) cît și la cele care trebuie să prezinte proprietăți de așchiere bune (freze, burghie, cuțite, filiere, etc.).

4. Aplicarea regimurilor *3* și *5* este indicată pentru scule așchietoare, iar a regimurilor *4* și *5* pentru scule rezistente la șocuri.

Primită la 15 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de studiul metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Ailneăi Gh., Alexandru I., *Modificări în structura și proprietățile oțelului Rp/3 prin tratament la temperaturi sub 0°C* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *1—2*, s. IV (1975).
2. Becker H., Witten Stahl (1973).
3. Colombier L., Rev. Traitement Thermique, *37* (1968).

CHANGES IN STRUCTURE AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF C 120 HIGH ALLOY TOOL STEEL UNDER THERMICAL TREATMENT BELOW °C (III)

(Summary)

This paper wants to clear up which is the hardening influence below 0°C integrate in various types of thermical treatments about structural transformations, and mechanical and technological specific features for C 120 high alloy tool steel, STAS 3611-66.

It comes out that the interperses of a — 70°C cooling in various types of thermical treatment is fited because it gives the residual austenite decrease, the structure becomes uniform and stabilized and the tensil states are influenced. Mechanical and tehnological specific features are improved. The conclusion which can be derived, from the obtained data, is that C 120 steel treatment after the 4th and 5th conditions is indicated for manufacturing of the tools used at shochs (die, stump, ete) and after the 3th and 5th at cutting.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9

INFLUENȚA VITEZEI DE AȘCHIERE ȘI A AVANSULUI ASUPRA VIBRAȚIILOR PE DIRECȚIA COMPONENTEI P_y LA STRUNJIREA LONGITUDINALĂ

DE

C. PICOȘ, V. BRAHA, D. PARASCHIV și LAURENȚIU SLĂTINEANU

Una dintre problemele aflate astăzi în atenția cercetătorilor din domeniul prelucrării metalelor prin așchiere o constituie studiul stabilității la vibrații a mașinilor-unelte, în vederea găsirii unor soluții care să ducă la înlăturarea sau diminuarea efectelor negative ale vibrațiilor asupra prelucrării.

În laboratorul de Tehnologia construcției de mașini al Institutului politehnic Iași s-a utilizat ca metodă practică pentru determinarea stabilității la vibrații a strungului SN 400 măsurarea amplitudinii vibrațiilor de așchiere pe direcția forței P_y, în funcție de valorile diferite ale parametrilor regimului de așchiere. În același timp, în cadrul experiențelor s-a urmărit și modul de variație a amplitudinii vibrațiilor pe direcția forței P_y în funcție de poziția cuțitului de-a lungul piesei prelucrate.

Materialul utilizat pentru încercări a fost oțelul OLC 45 STAS 880-66, sub formă de bară cu diametrul inițial de 120 mm și lungimea de 750 mm. Așchierea s-a efectuat cu plăcuțe din materiale metalo-ceramice tip P 10, fixate pe cale mecanică. Parametrii geometrici ai părții așchietoare a sculei au fost: $\alpha = 6°$, $\gamma = 10°$, $\varkappa = 45°$, $\varkappa_1 = 45°$, raza la vîrful sculei $r = 1$ mm.

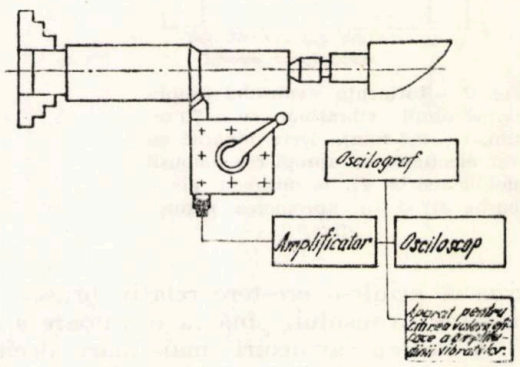


Fig. 1 — Schema de studiu al vibrațiilor utilizată în laborator.

Măsurarea amplitudinii vibrațiilor de așchiere (fig. 1) s-a efectuat cu ajutorul unui aparat pentru studiul vibrațiilor de tip SDM 132, utilizînd ca traductor un captor piezoelectric. Aparatul permite determinarea valorii eficace a amplitudinii vibrațiilor pe direcția forței P_y. Încercările s-au efectuat pentru diferite avansuri și viteze de așchiere: pentru a putea observa și influența poziției cuțitului de-a lungul piesei de prelucrare, pentru fiecare valoare de avans și viteză au fost efectuate

măsurători atît la cele două capete ale piesei, cît și în momentul în care scula se găsea aproximativ la mijlocul piesei de prelucrat.

Rezultatele determinărilor experimentale sînt materializate în diagramele din figurile 2...7; reprezentările grafice s-au întocmit pentru situațiile unor viteze de așchiere constante ($v = 70$; 107; 166; 202; 277 m/min), urmărindu-se influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor. Adîncimea de așchiere a fost în toate cazurile egală cu 0,5 mm. Reprezentarea variației amplitudinii vibrațiilor în raport cu avansul sau viteza de așchiere s-a efectuat în coordonate simplu logaritmice.

Așa după cum se observă din diagrama din fig. 2, în condițiile unei viteze de așchiere v=70 m/min, influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor se caracterizează printr-o creștere relativ bruscă a acestei amplitudini, o dată cu mărirea avansului, pînă la o valoare a acestuia $s \approx 0{,}24$ mm/rot.

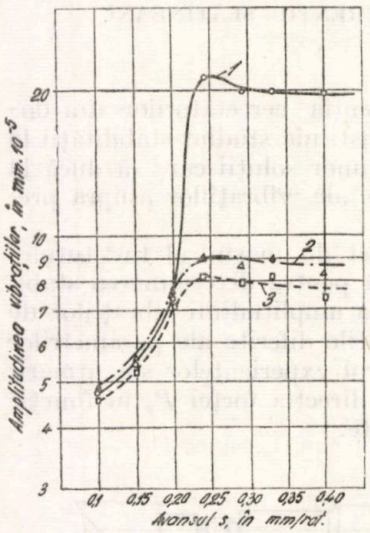


Fig. 2 — Influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor ($v = 70$ m/min, $t = 0{,}5$ mm). Determinările au fost efectuate în apropierea păpușii mobile (curba *1*), la mijlocul piesei (curba *2*) și în apropierea păpușii fixe.

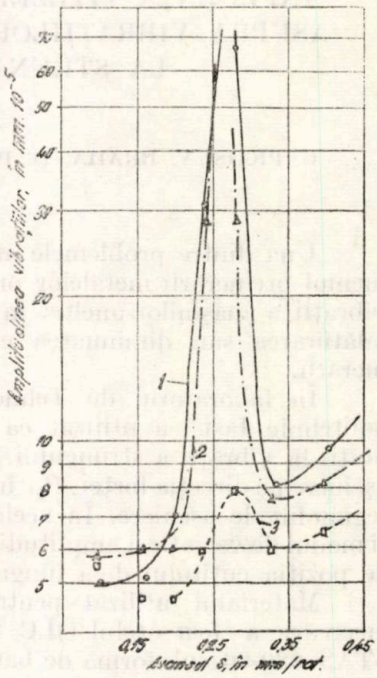


Fig. 3 — Influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor ($v = 107$ m/min, $t = 0{,}5$ mm). Măsurători efectuate în apropierea păpușii mobile (curba *1*), la mijlocul piesei (curba *2*) și în apropierea păpușii fixe (curba *3*).

Pentru avansuri mai mari decît 0,24 mm/rot, nu se mai înregistrează variații sensibile ale amplitudinii vibrațiilor. De remarcat, pentru această parte a curbei ($s > 0{,}24$ mm/rot), este faptul că amplitudinea maximă a vibrațiilor s-a înregistrat pentru toate cazurile cînd cuțitul se afla în apropierea păpușii mobile a strungului, lucru explicabil prin rigiditatea scăzută a acestui subansamblu.

Diagrama din fig. 3, corespunzătoare încercărilor efectuate la o viteză $v = 107$ m/min, scoate în relief existența unui maxim al amplitudinii vibrațiilor corespunzător unei valori a avansului între 0,24 și 0,28 mm/min.

Diagrama din fig. 4 s-a întocmit pentru o viteză de așchiere $v = 166$m/min. Pentru această viteză s-a înregistrat cea mai mare amplitudine a vibrațiilor ($A = 8.10^{-2}$ mm); avansul corespunzător acestei amplitudini a fost $s = 0.28$ mm/rot. Determinările au subliniat existența unui maxim al

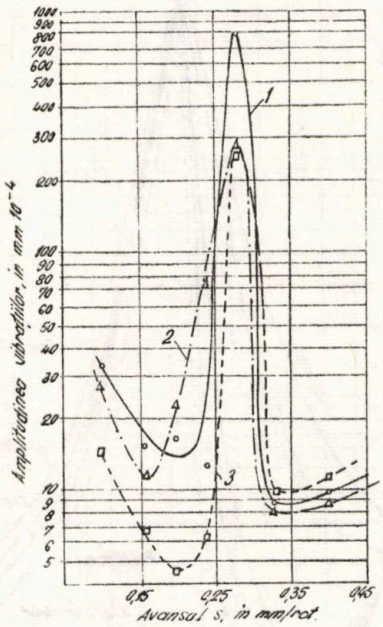


Fig. 4 — Influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor ($v = 166$ m/min, $t = 0,5$ mm). Determinările s-au efectuat în apropierea păpușii mobile (curba *1*), la mijlocul piesei (curba *2*) și în apropierea păpușii fixe (curba *3*).

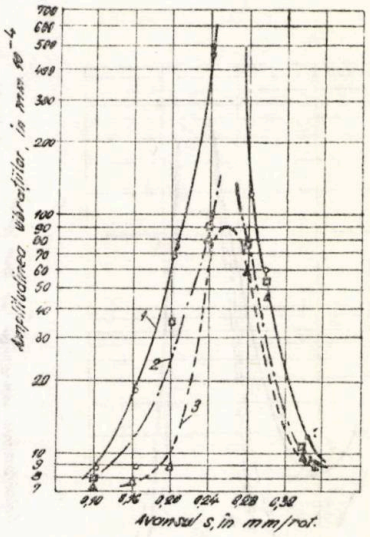


Fig. 5 — Influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor ($v = 202$ m/min, $t = 0,5$ mm). Determinările s-au efectuat în apropierea păpușii mobile (curba *1*), la mijlocul piesei (curba *2*) și în apropierea păpușii fixe (curba *3*).

amplitudinii vibrațiilor pentru această valoare a avansului în toate cele trei măsurători efectuate de-a lungul piesei prelucrate, valoarea cea mai mare a amplitudinii înregistrîndu-se în cazul cînd scula așchietoare se afla în apropierea păpușii mobile.

În fig. 5 s-a trasat o diagramă reprezentînd influența avansului asupra amplitudinii vibrațiilor în condițiile unei viteze de așchiere $v = 202$ m/min. Ca și în cazurile anterioare, se poate constata existența unui maxim al amplitudinii vibrațiilor pentru o valoare a avansului de aproximativ 0,24 mm/rot.

Pentru valori diferite ale avansului și o viteză $v = 277$ m/min, s-a întocmit diagrama din fig. 6, cu un maxim al amplitudinii pentru o valoare a avansului $s = 0.28$ mm/rot.

Dacă se ia în considerare variația amplitudinii vibrațiilor în funcție de viteză, pentru diferite valori ale avansurilor, se constată o tendință de creștere a amplitudinii vibrațiilor pentru $v < 200$ m/min, înregistrîndu-se un maxim al amplitudinii în apropierea acestei viteze și apoi o scădere a

amplitudinii vibraţiilor pentru $v > 200$ m/min (fig. 7). Se poate presupune deci existenţa la o viteză apropiată de 200 m/min a unei suprapuneri a frecvenţei autovibraţiilor cu frecvenţa proprie a masei vibratorii.

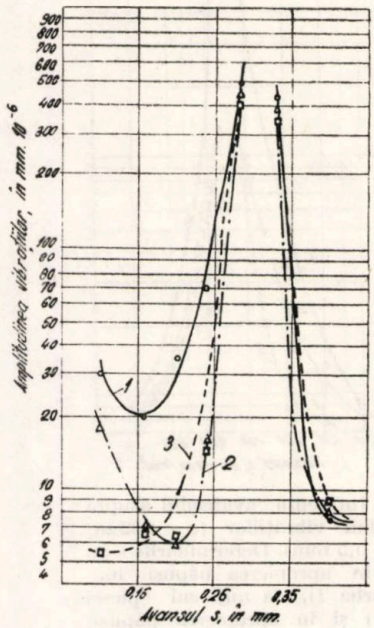


Fig. 6 — Influenţa avansului asupra amplitudinii vibraţiilor ($v = 277$ m/min, $t = 0{,}5$ mm). Determinările s-au executat în apropierea păpuşii mobile (curba *1*), la mijlocul piesei (curba *2*) şi în apropierea păpuşii fixe (curba *3*).

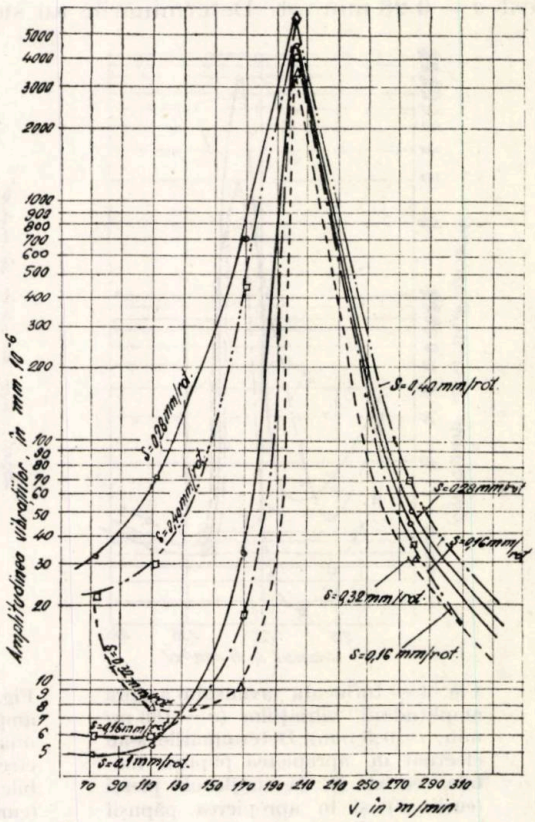


Fig. 7 — Influenţa vitezei de aşchiere asupra amplitudinii vibraţiilor pentru diverse avansuri de lucru ($t = 0{,}5$ mm). Măsurătorile s-au efectuat în apropierea păpuşii mobile.

Concluzii

1. Valorile cele mai mari ale amplitudinii vibraţiilor pe direcţia forţei P_y corespund poziţiei cuţitului în apropierea păpuşii mobile. Pe măsura apropierii de păpuşa mobilă, amplitudinea vibraţiilor creşte, deoarece rigiditatea sistemului are valori minime atunci cînd cuţitul se află în dreptul păpuşii mobile.

2. Zona amplitudinii maxime, în ceea ce priveşte influenţa avansului de aşchiere, este cuprinsă între 0,24 şi 0,28 mm/rot ; încercările efectuate la diferite viteze de aşchiere au stabilit existenţa unui maxim al amplitudinii vibraţiilor între valorile avansului arătate mai înainte.

3. Amplitudinile maxime ale vibraţiilor s-au înregistrat pentru viteze de aşchiere destul de ridicate (la $v = 202$ m/min); pentru viteze de aşchiere $v > 202$ m/min se constată o scădere a amplitudinii vibraţiilor.

Primită la 2 iunie 1974

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de tehnologia construcţiei de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Nibeleanu St., *Vibraţiile maşinilor-unelte aşchietoare şi combaterea lor.* I. C. D. T., Buc., 1967.
2. Chiriacescu S., *Contribuţii la studiul stabilităţii dinamice a proceselor de prelucrare pe maşini-unelte aşchietoare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iaşi, 1971.
3. Sweeney G., *Cercetarea comportării dinamice a maşinilor-unelte* (trad. din l. germană). Maşini-unelte şi prelucrarea metalelor prin aşchiere, *2* (1969).
4. Polacek M., *Stabilität von Werkzeugmaschinen.* Werkstatt und Betrieb, **103**, *9* (Sept. 1970).

INFLUENCE DE LA VITESSE ET DE L'AVANCE DE COUPE SUR LES VIBRATIONS À LA DIRECTION DE LA FORCE P_y AU TOURNAGE LONGITUDINAL

(Résumé)

Dans le laboratoire de Technologie de la construction mécanique de l'Institut Polytechnique de Jassy on a utilisé pour la détermination de la stabilité aux vibrations du tour SN 400 la mesure de l'amplitude des vibrations sur la direction de la force P_y en fonction de divers valeurs des paramètres du régime de coupe. Pendant les expériences on a suivi aussi le mode de variation de l'amplitude des vibrations sur la direction de la force P_y en fonction de la position de l'outil de tour le long de la pièce usinée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.1.018

ÎNCERCAREA UNOR ENTALPMETRE PENTRU ABUR UMED DE JOASĂ PRESIUNE

I. ÎNCERCĂRI ÎN LABORATOR ŞI PE TURBINA DE 25 MW

DE

DAN URSESCU, VICTOR ZUBCU, VIRGIL GIURCĂ, GH. DRAFTA
şi RADU LUCA

1. Introducere

Lucrarea se încadrează între cercetările efectuate în ţară şi în străinătate [1] ... [5] pentru determinarea entalpiei şi umidităţii aburului umed de joasă presiune — în special la ieşirea din turbina cu abur cu condensaţie.

Autorii şi-au propus să realizeze un aparat pentru determinarea parametrilor aburului umed bazat pe metoda supraîncălzirii la presiune constantă, cu rezistenţe electrice, în două trepte succesive (aburul trecînd în domeniul supraîncălzit încă după prima supraîncălzire), a unei fracţiuni din debitul de abur (aparatul aflîndu-se în fluxul de abur), metodă pe care o consideră mai avantajoasă, deoarece permite eliminarea principalului dezavantaj al celorlalte metode cunoscute, necesitatea prelevării aburului din spaţiul de măsură.

2. Principiul metodei

Schema de principiu a unui asemenea aparat, împreună cu reprezentarea evoluţiei aburului în diagrama $i-s$, sînt date în fig. 1; se observă că în interiorul unei conducte de abur umed se află o altă conductă, de

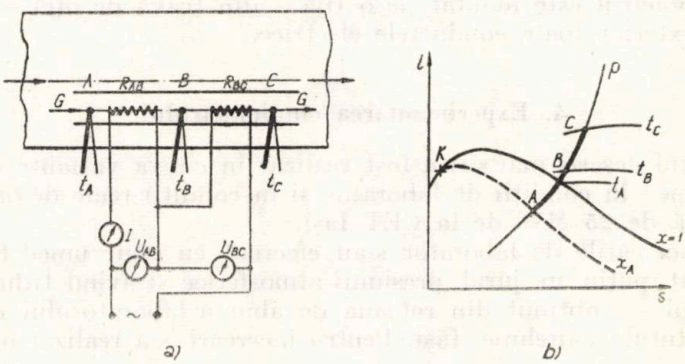


Fig. 1

diametru mult mai mic, în care sînt montate rezistențele electrice ale celor două supraîncălzitoare.

Prin împărțirea ecuațiilor de bilanț termic scrise pentru cele două supraîncălzitoare se obține entalpia aburului umed

$$i_A = i_B - \frac{U_{AB}}{U_{BC}}(i_C - i_B).$$

Observații. 1) Între punctele A, B și C există, de fapt, pierderi de presiune; practic însă ele sînt neglijabile, așa încît procesul de supraîncălzire se poate considera izobar.

2) În fig. 1 rezistențele pot fi înseriate sau pot fi legate în paralel.

3) Creșterea de temperatură trebuie să rămînă suficient de mică pentru a se putea neglija pierderile de căldură.

3. Descrierea entalpmetrului

Aparatul realizat pe baza metodei prezentate mai sus se compune în principiu (fig. 2) din tronsoane de țeavă de porțelan în care se află montate rezistențele electrice și termocuplele pentru măsurarea temperaturilor; la cele două capete se află piese speciale metalice care împreună cu trei tiranți metalici rigidizează întregul aparat.

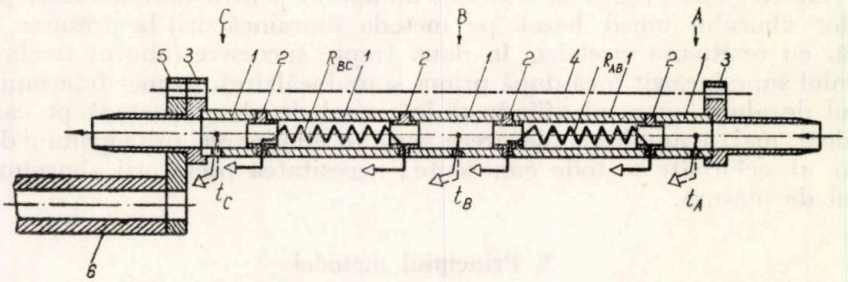


Fig. 2 — Schița aparatului: *1* — tronsoane cilindrice de porțelan; *2* — piese de legătură; *3* — piese metalice de capăt; *4* — tiranți; *5* — flanșă de legătură; *6* — tijă de susținere.

Entalpmetrul este montat pe o tijă — din țeavă de oțel — prin care se scot în exterior toate conductele electrice.

4. Experimentarea entalpmetrului

Aparatul descris mai sus a fost realizat în cîteva variante și încercat în două etape: în condiții de laborator și în condiții reale de funcționare, pe o turbină de 25 MW de la CET Iași.

4.1. Încercările de laborator s-au efectuat cu abur umed la presiuni ce au variat puțin în jurul presiunii atmosferice și avînd titlul apropiat de 1; aburul s-a obținut din rețeaua de abur a laboratorului de turbine de la Institutul politehnic Iași. Pentru încercări s-a realizat o instalație specială.

Pentru completarea experiențelor s-au efectuat serii de determinări cu abur supraîncălzit, obținut prin laminare.

Încercările de laborator au condus la următoarele concluzii:

1. Menținînd constanți parametrii aburului la intrarea în entalpmetru, valorile determinate ale entalpiei se mențin într-o bandă cu lățimea maximă de 1%.

2. În cazul intrării în aparat a aburului deja supraîncălzit (prin laminare), între valorile determinate ale entalpiei și cele citite direct în tabelele de apă și abur se obțin diferențe de max. 1,1%.

3. S-au obținut viteze de curgere prin aparat pînă la 40 m/s, adică de ordinul celor din racordul de evacuare a aburului din turbină.

4. S-au verificat căderile de presiune în entalpmetru: ele sînt de ordinul milimetrilor coloană de mercur; calculele efectuate au arătat că ele nu pot produce erori mai mari de 0,3%, ceea ce înseamnă că procesul de supraîncălzire poate fi considerat (acoperitor chiar în condițiile de laborator) izobar; în condensatorul turbinei densitatea aburului fiind mult mai mică, vor rezulta căderi de presiune și mai mici, care nu pot fi prinse nici în tabelele de apă și abur.

5. Valorile titlului au fost de 0,98 ... 1.

4.2. Încercările pe turbină au avut scopul de a verifica funcționarea variantelor de entalpmetru realizate (și încercate în prealabil în laborator) în condițiile reale din racordul de evacuare a aburului din turbină — turbina nr. 1, de 25 MW, de la CET Iași.

Pentru experimentarea pe turbină s-a conceput și realizat un dispozitiv de ecluzare, datorită căruia introducerea și scoaterea aparatului din racordul de evacuare a aburului din turbină se poate face fără oprirea acesteia. Dispozitivul de ecluzare a fost montat la una din gurile de vizitare ale racordului de evacuare (fig. 3).

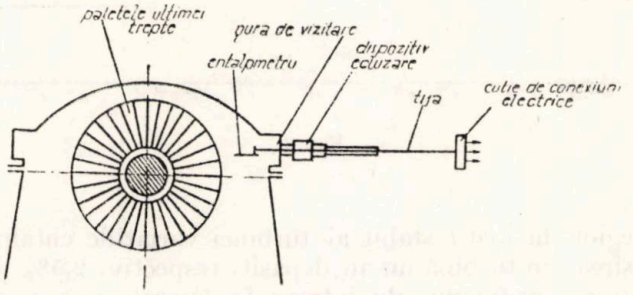


Fig. 3

Datorită acestui dispozitiv de ecluzare s-au putut efectua determinări în diferite puncte situate pe un traseu liniar în lungime de peste 1 000 mm (aceasta fiind cursa tijei de susținere a entalpmetrului), perpendicular pe axul turbinei (fig. 3).

În fig. 4 se prezintă grafic, spre exemplificare, rezultatele experimentale ale unei serii de încercări ale entalpmetrului, în funcție de timp: entalpia aburului calculată prin metoda prezentată mai sus și titlul obținut din tabelele de apă și abur la această entalpie; în grafic se adaugă curba

de variație a puterii turbinei și poziția vîrfului aparatului (poziția 7 este cea mai apropiată de axul turbinei).

Încercările pe turbina de 25 MW permit următoarele precizări:

1. Montarea dispozitivului de ecluzare și experimentarea aparatului nu au prejudiciat cu nimic funcționarea turbinei.

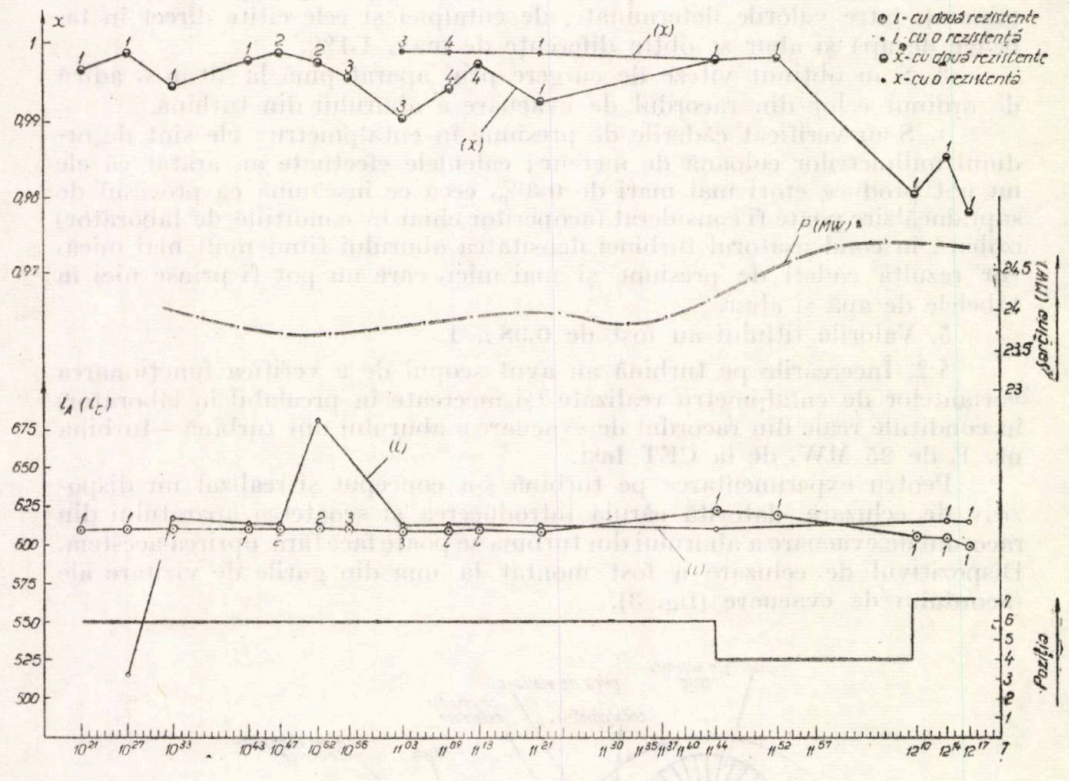


Fig. 4

2. La regim de lucru stabil al turbinei variațiile entalpiei și titlului aburului la ieșirea din turbină nu au depășit, respectiv, 2,5% și 2%, pentru diferite poziții ale orificiului de intrare în aparat, ceea ce demonstrează că în racordul de evacuare a aburului din turbină entalpia și titlul aburului nu sînt constante (ceea ce este normal, avînd în vedere aglomerarea picăturilor de apă datorită centrifugării); valorile mai mici ale entalpiei și titlului s-au obținut în pozițiile cele mai apropiate de axul turbinei.

3. La regim de lucru stabil al turbinei, în aceeași poziție a entalpmetrului, variațiile în timp ale entalpiei și titlului aburului au fost, în majoritatea cazurilor, sub 1%.

4. Valorile obținute pentru entalpie și titlu cu ajutorul entalpmetrului practic se suprapun peste valorile date de IRME București la regimuri de lucru asemănătoare (obținute în timpul probelor de garanție ale turbinei).

5. Concluzii

Analiza rezultatelor experimentale permite să se considere încheiată prima etapă a încercărilor pe turbină.

Autorii continuă cercetările pentru rezolvarea următoarelor probleme:

a) realizarea unui entalpmetru (și a unei instalații anexă) în vederea omologării [4];

b) studierea cîmpului de entalpii și titluri în racordul de evacuare a aburului din turbină, care să conducă la precizarea poziției de amplasare a entalpmetrului în cazul funcționării continue pe turbină;

c) realizarea unei instalații pentru etalonarea entalpmetrelor, aceasta fiind calea cea mai sigură de a le verifica.

Primită la 30 iunie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de termotehnică și motoare

BIBLIOGRAFIE

1. Liska J., Mikula J., *Verfahren zur Bestimmung der Dampffeutigkeit durch Messen der Entalphieänderung und Verrichtung zur seiner Durchführung.* Patent Elveția nr. *379799*, 31.08.1964, cl. 42 i 18.
2. * * * *Metodă și dispozitiv de stabilire a umidității aburului.* Patent R. S. C. nr. *113633*, Energetika, *12* (1962).
3. Ursescu D., Zubcu V., *Low Pressure Wet Steam Enthalpymeter.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. IV (1973).
4. Ursescu D., Zubcu V., Giurcă V., *Metodă și instalație pentru determinarea entalpiei aburului umed.* Brevet R. S. R. cl. 42 i 18, nr. *55299* din 05.05.1972.
5. Ursescu D., Zubcu V., Giurcă V., *Cercetări asupra posibilităților de realizare și utilizare a unor aparate pentru determinarea umidității aburului de joasă presiune la ieșirea din turbine.* Comunicare la cea de a II-a sesiune de comunicări tehnico-științifice a ICPET București, 1—3 iunie 1972.

ESSAY D'UN ENTALPMÈTRE POUR VAPEUR À BASSE PRESSION

I. Essais en laborateur et sur une turbine de 25 MW

(Résumé)

On présente un entalpmètre qui ne nécessite pas de préléver le vapeur dans l'espace de mesure.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.9.02

BEITRAG ZUR DYNAMIK DES ZWEISEITIG ZYLINDRISCH-ELLIPTISCHEN SCHLEIFENS VON SPIRALBOHRERN

VON

GH. CAŞLER und N. GOJINEŢCHI

Beim Schleifen der Freiwinkelflächen von Spiralbohrern nach dem zweiseitig zylindrisch-elliptischen Verfahren [1]...[4] entstehen in der Richtung A der Drehbewegung der Schleifsteine, in der Richtung B des Längsvorschubes und in der Richtung C des Tiefenvorschubes P_A, P_B, P_C, deren Resultierenden P, P' in die Komponenten P_x, P_y, P_z zerlegt werden können, entsprechend dem Koordinatensystem der Vorrichtung mit prismatischen Elementen, in der die Spiralbohrer festgehalten werden.

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Experimentelle Bestimmung der Komponenten P_x, P_y, P_z sowie ihrer Veränderung während des Schleifens. Ihre Kenntnis ist notwendig zum Entwurf der Vorrichtungen und anderer Teile der Schleifmaschine ELBITOR 3, die nach dem zweiseitigen zylindrisch-elliptischen Verfahren arbeitet.

Zu den Versuchen diente die Dynamometervorrichtung aus Abb. 2, die in Abb. 3 schematisch dargestellt ist. Sie gestattete die Änderung der Komponenten P_x, P_y, P_z während des Schleifens zu verfolgen (Oszillogramm in Abb. 4) und die Daten aus Tabelle 1

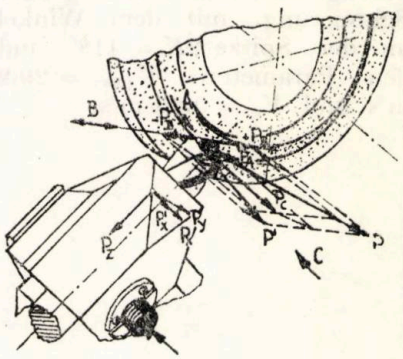


Abb. 1

Tabelle 1

t mm / D mm	0,05			0,10			0,15			0,20		
	P_x	P_y	P_z	P_x	P_y	P_z	P_x	P_y	P_z	P_x	P_y	P_z
10	6,16	1,75	11,5	10,07	2,94	16,77	15,9	3,93	22,16	21,25	4,91	27,17
15	8,73	2,42	13,4	15,8	4,10	20,51	24,31	5,46	28,01	21,54	6,63	40,7
20	13,6	3,05	17,2	25,11	5,15	30,53	28,9	6,91	34,5	32,84	8,22	48,2
25	16,8	4,5	26,7	30,91	6,95	38,9	36,5	9,83	51,4	41,28	10,30	63,05
30	19,61	5,61	38,4	34,71	8,34	49,11	40,24	10,62	63,73	47,33	11,89	71,52
35	24,2	6,68	43	39,60	9,34	61,2	45,9	11,30	72,7	52,23	12,77	80,3

zu bestimmen, die Werte dieser Komponenten für verschiedene Bohrerdurchmesser D und verschiedene Schleiftiefen t, Abb. 4, 5 und 6.

Der Messvorgang ist folgender: Die Schleifsteine werden mit Diamanten nach Rotationshyperboloiden abgezogen und alle Messfühler *8*, *9*, *10* für die Stellung des Bohrers in bezug auf die Steine auf Null gestellt. In den dreidimensionalen Dynamometer *2*, ein an der Klemmvorrichtung befestigtes Spezialgerät, werden Bohrer *3* mit verschiedenen Durchmessern eingeführt. Diese werdren geschliffen, um die Standard-Freiwinkelflächen für das zweiseitig zylindrisch-elliptische Verfahren zu erhalten, den Nullstellungen der Messfühler für die Stellung der Bohrer entsprechend. Die Schleifmaschine wird stillgesetzt und dann mittels des Vorschubgriffes *12* die Vorrichtung mit Dynamometer und Bohrer gegen die Steine vorgeschoben, bis die Messuhr *9* die gewünschte Tiefe t anzeigt. Nun wird die Dynamometervorrichtung eingeschaltet und mittels der Messuhren *4* und der induktiven Messfühler *5* werden die Maximalanzeigen abgelesen, beziehungsweise mittels Oszillogrammen die Änderung der Komponenten P_x, P_y, P_z festgehalten.

Die Bestimmungen wurden mit Spiralbohrern aus Schnelldrehstahl Rp3, STAS 6539-69 durchgeführt, ohne Kühlung oder Schmierung, mit dem Winkel an der Spitze $2K = 118°$ und den Parametern $V_{A\max} = 29{,}2$ m/s und $V_B = 0{,}25$ m/s.

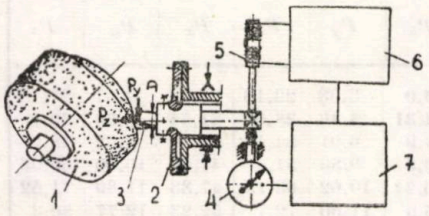


Abb. 3

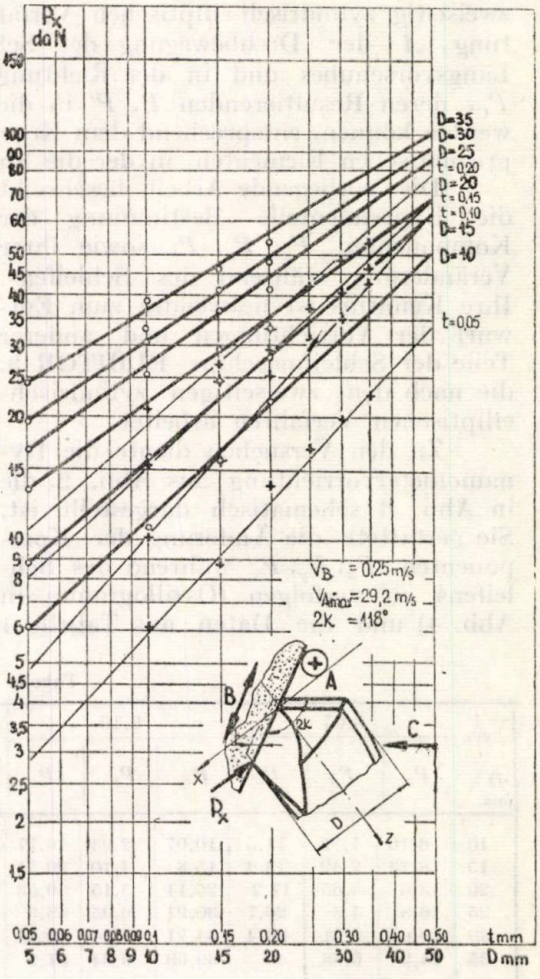


Abb. 4

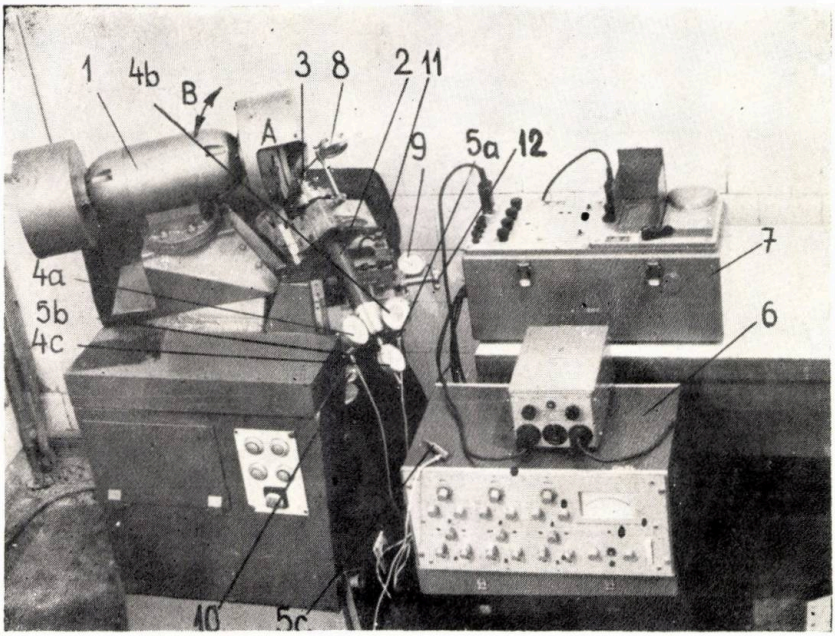


Abb. 2 — *1* — Schleifmaschine ELBITOR ; *2* — Dreidimensional Dynamometer ; *3* — Bohrer ; *4* — Messuhren ; *5* — Induktiven Messfühler ; *6* — Universalmesseinrichtung UM 131 ; *7* — Lichtstrahl-Oszillograf 3 SO-101 ; *8, 9, 10* — Messuhren ; *11* — Vorrichtung ; *12* — Vorschubgriff.

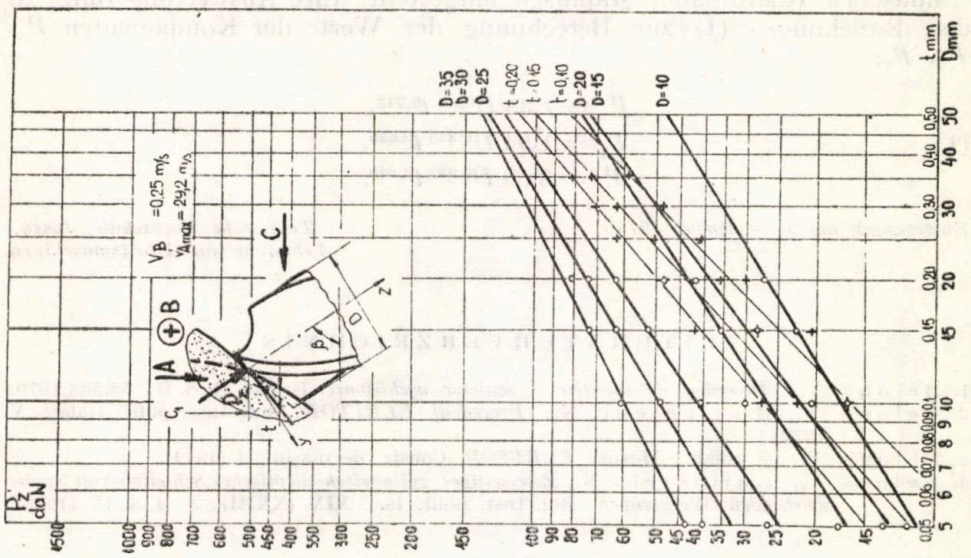

Pz daN
vB =0,25 m/s
vAmax= 29,2 m/s
A
B
C
C1
t
y
z
D
β
D=35
D=30
D=25
t=0,20
D=20
t=0,15
D=15
t=0,10
D=10
t mm
D mm

Abb. 6

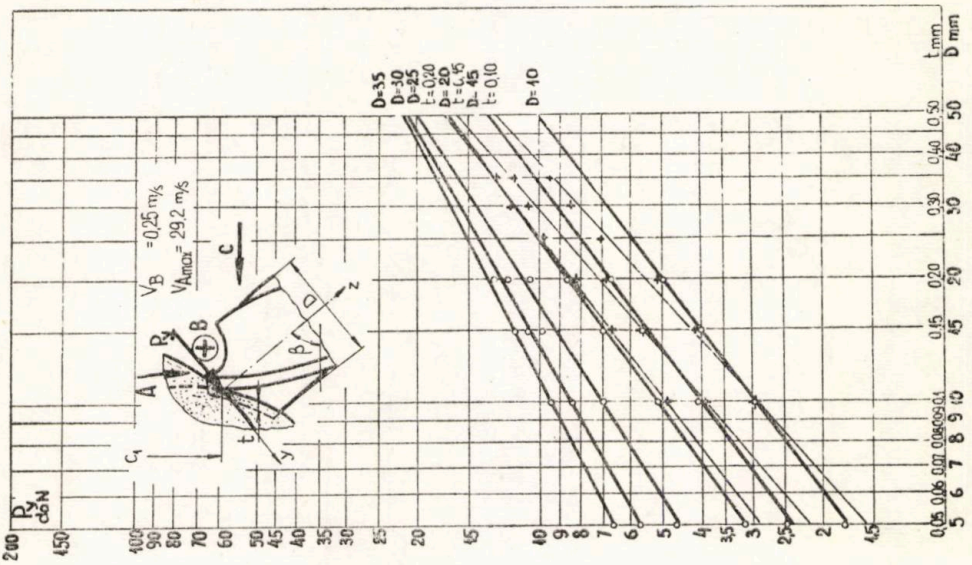

Pz daN
vB =0,25 m/s
vAmax= 29,2 m/s
A
B
C
C1
t
y1
z
D
β
D=35
D=30
D=25
t=0,20
D=20
t=0,15
D=15
t=0,10
D=10
t mm
D mm

Abb. 5

In Abb. 4, 5, 6 sind die Versuchsdaten aus Tabelle 1 in doppelt logarithmischen Koordinaten graphisch dargestellt. Ihre Auswertung führt zu den Beziehungen (1) zur Berechnung der Werte der Komponenten P_x, P_y, P_z:

$$
\begin{aligned}
P_x &= 7{,}35\, D^{0{,}925}\, t^{0{,}743}, \\
P_y &= 1{,}94\, D^{0{,}855}\, t^{0{,}655}, \\
P_z &= 8{,}50\, D^{0{,}945}\, t^{0{,}640}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Eingegangen am 9. September 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl von Arbeitsmaschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Belous V., *Procedeu de ascuţire a sculelor aşchietoare.* Brevet R. S. R. 54.538/1970.
2. Belous V., Gojineţchi N., *Procedeul ELBITOR.* Bul. Inst. polit. Galaţi, V (1972).
3. Belous V., şi colab., *Maşina ELBITOR.* Constr. de maşini, *1* (1974).
4. Belous V., Gojineţchi N., *Zweiseitiges zylindrisch-elliptisches Schleifen von spanabhebenden Werkzeugen.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. IV (1973).

CONTRIBUŢII PRIVIND DINAMICA ASCUŢIRII BURGHIELOR ELICOIDALE DUPĂ PROCEDEUL CILINDRO-ELIPTIC DUBLU

(Rezumat)

Se prezintă metodologia, aparatura şi unele rezultate experimentale privind determinarea cantitativă şi evoluţia componentelor forţei de aşchiere la ascuţirea burghielor elicoidale după procedeul cilindro-eliptic dublu

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.02

CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A SISTEMELOR HIDRAULICE ALE STRUNGURILOR DE COPIAT

DE

I. CONDREA, VLADIMIR BURGARD și TITUS NESTOR

1. Introducere

În [1] și [2] au fost efectuate analiza liniară și neliniară (prin metoda liniarizării armonice) a strungurilor de copiat cu sertar cu o muchie, tip CIMATIC 6BM2-MI/C, pe baza cărora au putut fi trase concluzii privind posibilitățile de a interveni, prin modificarea unor parametri funcționali și/sau constructivi, în scopul optimizării performanțelor, a măririi preciziei de prelucrare, în vederea unei exploatări raționale. În lucrarea de față sînt prezentate rezultatele unor cercetări experimentale privind comportarea dinamică a acestor mașini.

2. Mijloace experimentale

În vederea cercetării experimentale, a fost construit un excitator sinusoidal adaptat la mașina-unealtă studiată. Excitatorul este format dintr-un excentric cu excentricitatea variabilă, care permite ridicarea unor caracteristici de frecvență cu diverse amplitudini, acționat de un hidromotor cu pistonașe axiale. Variația frecvenței este realizată folosind reglarea prin drosel a turației hidromotorului. Pentru ca semnalul de intrare să fie sinusoidal, palpatorul dispozitivului de copiat, cît și tija traductorului sunt prevăzute cu suprafețe plane, normale pe direcția de deplasare.

Semnalele de intrare și ieșire sunt transmise de la traductoare, prin amplificator, la oscilograf sau osciloscop. Pentru o analiză amănunțită, au fost înregistrate pe oscilograf semnalele de intrare și ieșire.

Schema standului de încercare este prezentată în fig. 1, iar vederea de ansamblu și cea a excitatorului, în fig. 2 și 3. Instalația cuprinde: SHU (sania de copiere), excitatorul sinusoidal și aparatura electronică. Hidromotorul pentru acționarea excitatorului realizează o gamă largă de reglare continuă a turațiilor. Montarea droselului pe evacuare a permis realizarea unor turații joase stabile. Deplasările palpatorului (semnalul de intrare) și saniei (semnalul de ieșire) sunt convertite în semnale electrice cu

ajutorul traductoarelor inductive Ti și Te. Semnalele date de traductoare sînt amplificate de puntea inductivă de tip UM 131, RFT, și înregistrate cu ajutorul unui oscilograf cu buclă tip GG 112, RFT.

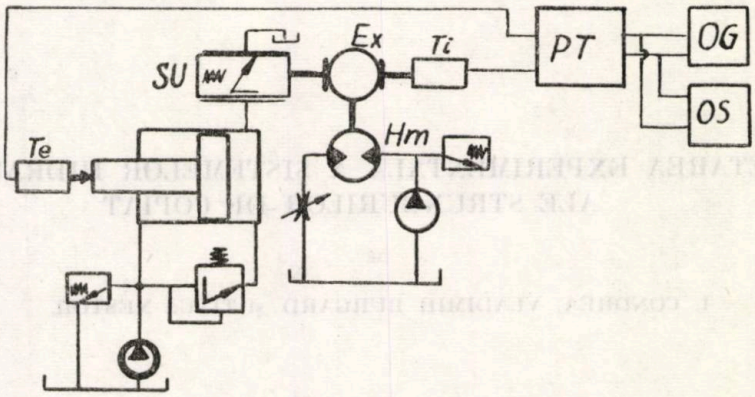


Fig. 1

3. Încercări și rezultate

Cercetarea experimentală este realizată asupra strungurilor în stare de funcționare. Date fiind condițiile concrete de experimentare (dificultatea desfacerii legăturii inverse principale), s-a impus ridicarea caracteristicilor de frecvență ale SHU închis. Programul cercetărilor cuprinde ridicarea răspunsurilor în frecvență ale SHU pentru toate strungurile de copiat, ceea ce permite o analiză comparativă a comportării dinamice pe tipuri de strunguri, între exemplare de același tip și în raport cu datele oferite de litera-

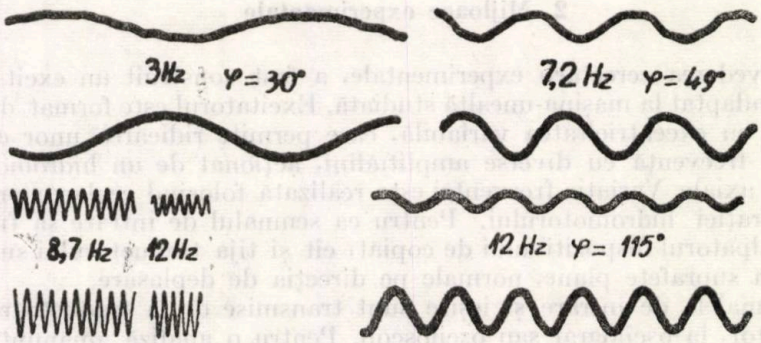


Fig. 4

tura de specialitate, cît și de informațiile furnizate de firmele producătoare. Rezultatele obținute vor fi coroborate cu încercările de precizie a prelucrării. Pe baza analizei influenței unor parametri funcționali și/sau constructivi asupra performanței mașinilor, se va proceda la repuneri la punct în vederea realizării unei noi funcționări optime, în condițiile unei evoluții normale în timp (uzură, modificarea unor caracteristici etc).

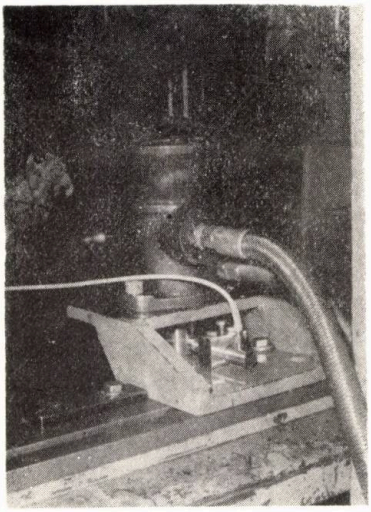


Fig. 2

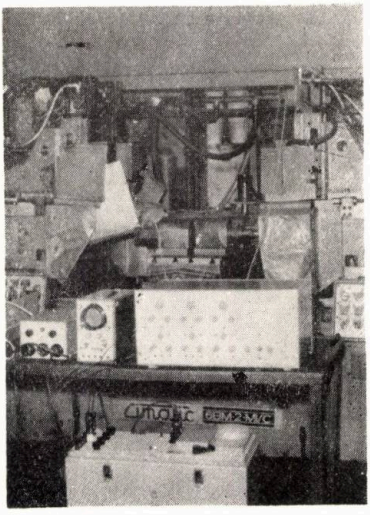


Fig. 3

În fig. 4 *a*, *b*, *c*, *d* sînt prezentate oscilograme corespunzătoare frecvențelor de 3 ; 7,2; 8,7 și 12 Hz cu două baze de timp. În cazul utilizării unei viteze mari a benzii, este mai ușor de măsurat defazajul și poate fi evidențiat caracterul neliniar, cît și tipurile de neliniarități. În fig. 5 sînt prezentate caracteristicile atenuare-frecvență și fază-frecvență construite pe baza oscilogramelor. Frecvența naturală de cca 10 Hz care rezultă din diagramă este destul de joasă în comparație cu datele din literatura de specialitate referitoare la sisteme similare [3], [4], [5] și față de valoarea determinată prin calcul [1], [2], considerînd un sistem bine realizat și pus la punct.

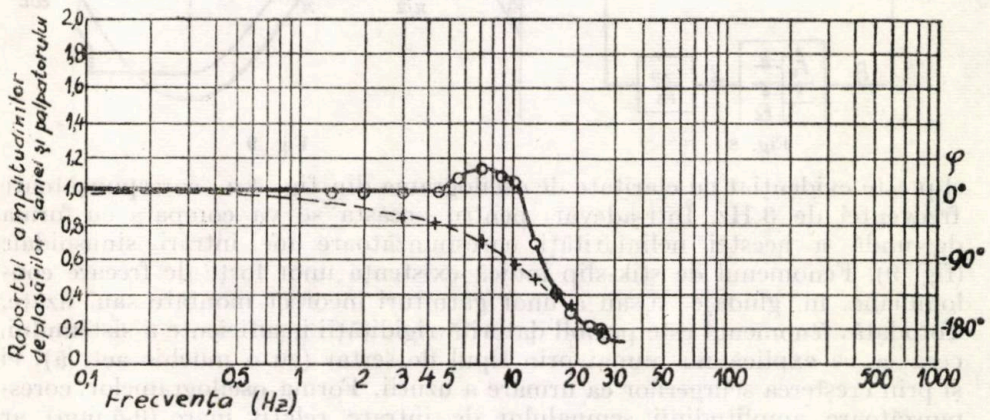


Fig. 5

Din analiza oscilogramelor pot fi trase o serie de concluzii referitoare la tipurile de neliniarități implicate. Într-adevăr, comparînd oscilograma din fig. 4 *b*, corespunzătoare frecvenței de 7,2 Hz, cu diagrama teoretică din fig. 6, apare evidentă neliniaritatea de tip *cursă moartă*, o neliniaritate multivocă, care, în cazul servomecanismului cercetat, este provocată, cu

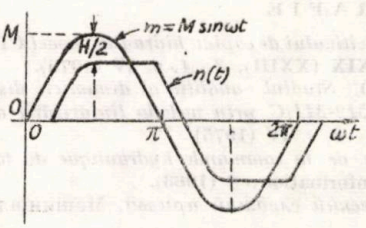


Fig. 6

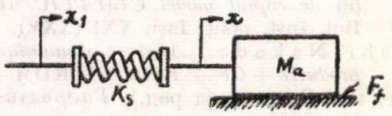


Fig. 7

mare probabilitate, de jocul știfturilor de ajustare din mecanismul cu pîrghie al palpatorului, cît și, posibil, de deformarea acestor pîrghii. De asemenea, această neliniaritate în răspunsul buclei închise poate fi provocată și de sarcina de frecare coulombiană asupra servomecanismului. Neliniaritatea de frecare este foarte complexă. Cazul forței elastice dominante (forțe masice și vîscoase mici) se manifestă la frecvențe mult sub frecvența naturală,

cînd răspunsul sistemului de gradul doi este determinat de constanta elastică și de frecare. Un model pentru acest caz este ilustrat de fig. 7, iar schema-bloc a acestuia se dă în fig. 8. Modelul este folosit și pentru a ilustra stik-slip-ul, fenomen observabil în mișcarea săniilor mașinilor-unelte la avansuri mici, sub o anumită viteză critică [6]. Fenomenul de stik-

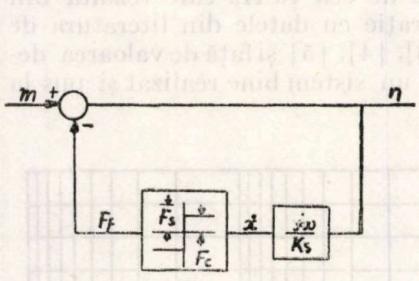


Fig. 8

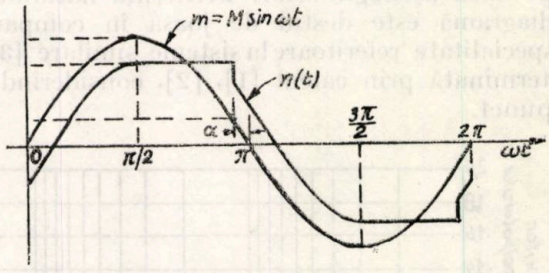


Fig. 9

slip este evidențiat cu claritate de oscilograma din fig. 4 *a*, corespunzătoare frecvenței de 3 Hz. Într-adevăr, pentru aceasta se va compara cu forma de undă a acestei neliniarități corespunzătoare unei intrări sinusoidale (fig. 9). Fenomenul de stik-slip indică existența unor forțe de frecare coulombiană în ghidaje și/sau a unor garnituri incorect montate sau uzate. Totodată, fenomenul este posibil datorită rigidității insuficiente a sistemului, ceea ce se explică nu numai prin tipul de sertar (cu o muchie activă), ci și prin creșterea scurgerilor ca urmare a uzurii. Forma oscilogramelor, corespunzătoare amplitudinii semnalului de intrare relativ mare (0,5 mm) ar putea sugera și existența fenomenului de saturație, ceea ce ar indica incapacitatea sistemului de a lucra la viteze mari de urmărire, respectiv, de a copia profile cu pantă mare. Aceasta ar explica indisponibilitatea mai multor mașini de acest tip de a prelucra profile curbilinii.

Primită la 1 octombrie, 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte, scule și tehnologia metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Condrea I., *Studiu privind dinamica dispozitivului de copiat hidraulic model CIMATIC 6BM2-MI/C.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *3—4*, s. IV (1973).
2. Condrea I., Nestor T., Silion D., *Studiul analitic al dinamicii dispozitivului de copiat model CIMATIC 6BM2-MI/C prin metoda liniarizării armonice.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *1—2*, s. IV (1975).
3. Takashi Nakada, *Analyse dynamique de la commande hydraulique du tour à reproduire + GF + KDM-18.* KDM Information, *8* (1963).
4. Лещенко В. А. (под ред.), *Гидравлический следящий привод.* Машиностроение, М., 1968.
5. Башта Т. М. (под ред.), *Объемные гидравлические приводы.* Машиностроение, М., 1969.
6. Merritt H. E., *Hydraulic Control Systems.* John Wiley & Sons, Inc., New York — London — Sydney, 1967.

LA RECHERCHE EXPÉRIMENTALE DES TOURS DE COPIAGE

(Résumé)

On présente les résultats d'une recherche expérimentale concernant le comportement dynamique des tours de copiage, en construisant les caractéristiques de fréquence. Quelques non-linéarités révélées par les oscillogrammes sont analysées.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.09

CERCETĂRI ASUPRA PERFORMANŢELOR ASCUŢIRII ELECTROCHIMICE ABRAZIVE A SCULELOR ARMATE CU PLĂCUŢE DIN CARBURI METALICE

DE

BORIS PLĂHTEANU şi N. GHERGHEL

Elaborarea unor noi materiale cu înalte proprietăţi în exploatare dar cu prelucrabilitate mai scăzută, categorie din care fac parte şi materialele pentru scule aşchietoare, a condus la dezvoltarea unor tehnologii adecvate prelucrării eficiente a acestor materiale, cu asigurarea preciziei şi calităţi de suprafaţă impuse.

Între aceste tehnologii, o dezvoltare deosebită a căpătat-o, în ultimii ani, ascuţirea electrochimică abrazivă a carburilor metalice, care permite obţinerea unor rugozităţi de suprafaţă mici (sub $R_a = 1$ μm), a unor raze de ascuţire mici ale tăişurilor sculelor precum şi eliminarea transformărilor structurale şi a tensiunilor remanente din straturile superficiale.

Schema de principiu a acestei tehnologii este prezentată în fig. 1.

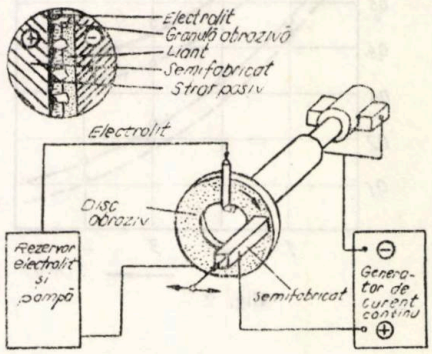


Fig. 1

Ca material abraziv pentru confecţionarea discurilor abrazive, cea mai largă utilizare a căpătat-o diamantul, deoarece permite obţinerea celor mai mici rugozităţi ale suprafeţelor prelucrate la costurile cele mai mici ale prelucrării, deşi se pot utiliza şi electrocorindonul, carburile de siliciu, „borazonul" şi chiar grafitul [14].

Contribuţii importante la cercetarea teoretico-experimentală a procedeului au fost aduse de U. Becker-Barbrock, K. H. Marten, H. Opitz, F. Hughes, A. Notter, Fr. Miś, N. S. Degtiarenko, V. I. Veroman, V. D. Ohteni, A. Nanu, V. Constantinescu.

De asemenea, dezvoltările efectuate de firmele „Japax Inc.", „ing. Willi Tretter", „Agaton", „Wendt", „ENIMS", au dus la perfecţionarea procesului şi a maşinilor de prelucrare.

Cunoscut fiind faptul că, la abrazarea cu forţă constantă, folosită ca metodologie pentru determinarea corectă a capacităţii de aşchiere a discurilor

abrazive [11], [12], capacitatea de așchiere a discurilor abrazive variază în timp, în limite foarte largi, am urmărit să determinăm variația acestei capacități în timp, și la ascuțirea electrochimică abrazivă, în comparație cu ascuțirea abrazivă cu discuri cu diamante.

Cercetările experimentale s-au efectuat în Laboratorul de mașini-unelte al Institutului politehnic din Iași și la I. M. U. Bacău, pe mașina TE 230/2 echipată cu un disc abraziv cu diamante marca 2 1627-C75 D 100. Ca electrolit și lichid de răcire-ungere s-a utilizat „Elysiersalz" nr. 1 cu concentrația 6,5% în apă și debit 3 l/min. Viteza discului abraziv a fost de 20 m/s, frecvența de oscilație a discului abraziv — 65 c. d/min, presiunea de contact — 15 daN/cm², tensiunea sursei de curent continuu — 6 V și densitatea de curent — 100 A/cm².

Rugozitatea suprafețelor prelucrate s-a evaluat cu ajutorul unui profilometru „Talysurf 4 Taylor-Hobson".

Rezultatele cercetărilor experimentale efectuate pe carburi metalice din două grupe de utilizare sînt prezentate în fig. 2.

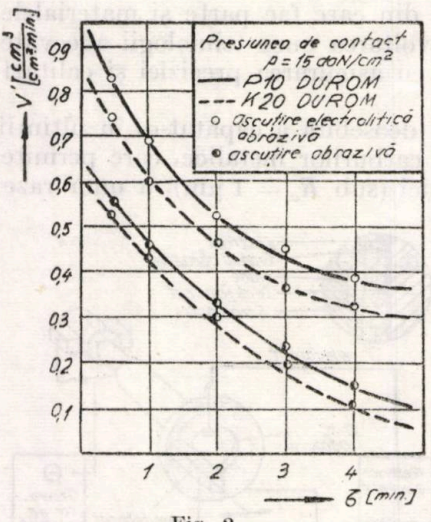


Fig. 2

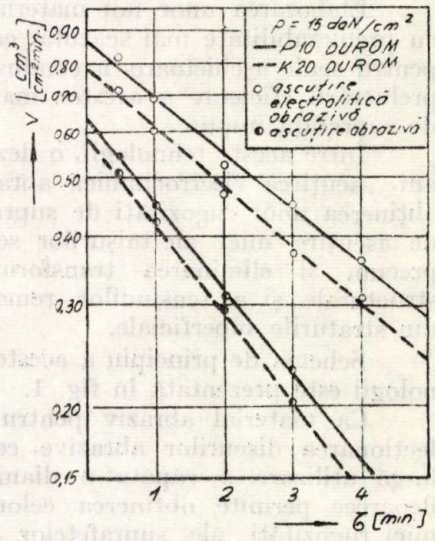


Fig. 3

Se remarcă creșteri însemnate ale capacității de lucru în cazul ascuțirii electrochimice abrazive, în comparație cu ascuțirea abrazivă precum și variații mari ale capacității de așchiere în timpul perioadei de lucru pentru cazul ascuțirii mecanice (abrazive).

Curbele din fig. 2 corespund unei relații analitice de forma :

$$V' = V'_0 \, e^{-\lambda\tau} , \tag{1}$$

așa cum reiese și din diagramele din fig. 3, trasate în coordonatele τ, $\ln V'$. λ caracterizează variația capacității de lucru în timp și depinde de ansamblul condițiilor de lucru.

Valorile lui au fost determinate cu relația:

$$(2) \quad \lambda = \frac{\ln (V_1'/V_2')}{\tau_2 - \tau_1},$$

și sînt înscrise în tabelul 1.

Tabelul 1

Material prelucrat	λ	
	acuțire electrochimică abrazivă	ascuțire abrazivă
P10-DUROM	0,198	0,375
K 20-DUROM	0,196	0,370

Valorile obținute pentru λ caracterizează, cantitativ, gradul de stabilitate a capacității de lucru la ascuțirea electrochimică abrazivă în raport cu ascuțirea convențională cu discuri cu diamante.

Avînd în vedere că rugozitatea suprafețelor active ale sculelor ascuțite dictează într-o măsură însemnată performanțele acestora, în continuare, s-a determinat rugozitatea obținută la ascuțirea electrochimică abrazivă a carburilor metalice din grupe diferite de utilizare, produse de diverse firme, în condițiile de lucru optimizate prezentate anterior.

Unele rezultate ale cercetărilor sînt prezentate în fig. 4.

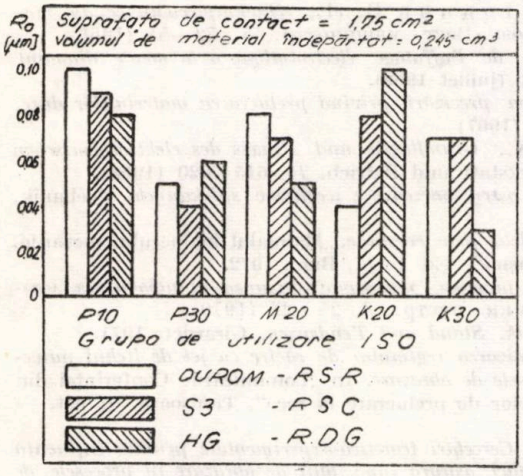


Fig. 4

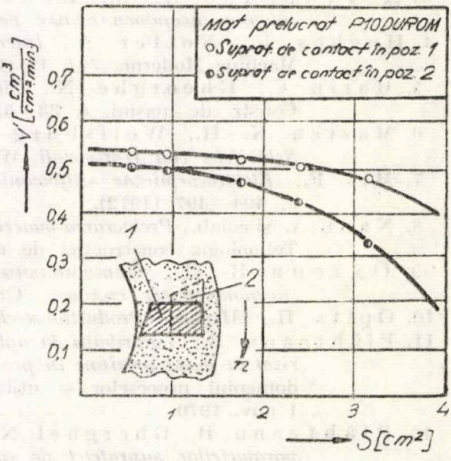


Fig. 5

Se remarcă că, la toate materialele cercetate, rugozitatea suprafețelor ascuțite se plasează sub valoarea $R_a = 0{,}1$ μm, variațiile de rugozitate în cadrul aceleiași grupe de utilizare datorîndu-se diferențelor de compoziție ale mărcilor elaborate de diverse firme (în special, conținutul de carburi de wolfram).

Este, de asemenea, cunoscut faptul că, la ascuțirea cu discuri oală, prelucrarea se efectuează în condițiile unor suprafețe de contact mult mai mari, ceea ce face ca acest parametru al procesului să capete o importanță deosebită, avînd în vedere implicațiile acesteia asupra desfășurării și performanțelor procesului.

Totodată, trebuie luată în considerare și poziția suprafeței de contact în raport cu sistemul de referință al mașinii-unelte, avînd în vedere că la acest procedeu, pe lîngă fenomenele specifice prelucrării abrazive intervine

și influența capacității de pătrundere a electrolitului între suprafețele în contact.

O diagramă care pune în evidență aceste aspecte, este prezentată în fig. 5.

Se observă că, pentru suprafețele de contact ce depășesc cca 3 cm², capacitatea de lucru scade mult pentru aceeași mărime a suprafeței de contact, dar dispusă în poziția *2*.

Cele arătate justifică importanța alegerii condițiilor tehnologice de ascuțire care să conducă la o poziție a suprafeței de contact care să permită obținerea unei productivități înalte a prelucrării în condițiile asigurării preciziei și rugozității impuse suprafețelor prelucrate.

Primită la 17 aprilie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Валашов Ю. А., *Электрохимическое алмазное шлифование.* Станки и инстр., *3*, 23—25 (1966).
2. Constantinescu V., *Contribuții la elaborarea materialelor abrazive cu lianți metalici.* Rezumatul tezei de doctorat, Cluj, 1972.
3. Дегтяренко Н. С., Велостоцкии В. Л., *Электрохимическая заточка твердосплавных резцов.* Вест. машиностр., *5*, 52—54 (1966).
4. Hughes F., Notter A., *Interêt de l'affutage électrolytique à la meule diamant.* Machine Moderne, *724*, 19—32 (juillet 1969).
5. Marin C., Gheorghe N., *Câteva precizări privind prelucrarea materialelor dure.* Constr. de mașini, *1*, 33—35 (1967)
6. Marten K. H., Wolfsburg K., *Grundlagen und Praxis des elektrochemischen Schleifens von Hartmetall.* Werkstatt und Betrieb, *10*, 615—620 (1968).
7. Miś F., *Elektrochemiczne szlifowanie ostry narzedzi z weglikow spiekanych.* Mechanik, *9*, 494—497 (1972).
8. Nanu A. și colab., *Prelucrarea materialelor prin eroziune.* „Manualul inginerului mecanic. Tehnologia construcției de mașini", Ed. tehn., Buc., 1972.
9. Охтени В. Д., *Оптимальныи режим электроалмазного шлифования магнитотвердых сплавов.* Станки инстр., *3*, 25—26 (1970).
10. Opitz H., *Moderne Productionstechnik. Stand und Tendenzen.* Girardet, 1971.
11. Plăhteanu B., *Contribuții la optimizarea regimului de răcire cu jet de lichid pulverizat la joasă presiune în procesele de abrazare.* În „Comunicările Conferinței din domeniul proceselor și utilajelor de prelucrare la rece", Timișoara, 31 oct. — 1 nov. 1970.
12. Plăhteanu B., Gherghel N., *Cercetări teoretico-experimentale privind influența parametrilor suprafeței de contact asupra capacității de abrazare în procesele de ascuțire a sculelor aschietoare.* Sesiunea de comunicări tehnico-științifice a IOR București, 8—9 nov. 1974.
13. Вероман В. И., *Электроалмазная обработка твердого сплава.* Станки и инстр. *8*, 26—29 (1963).
14. * * * *A guide to „Japax" Elektrolytic grinding Method.* Japax — ECDM.

RECHERCHES SUR LES PERFORMANCES DE L'AFFUTAGE ÉLECTROCHIMIQUE DES OUTILS ARMÉS AUX PLAQUETTES EN CARBURE DE TUNGSTÈNE

(Résumé)

L'étude présente quelques résultats des recherches théoriques et expérimentales sur l'affutage électrochimique des carbures de tungstène utilisées dans la construction des outils coupants.

Les recherches mettent eu évidence non seulement les hautes performances du procédé — la rugosité des surfaces usinées a moins de Ra = 0,1 μm, la stabilité en temps des caractéristiques coupantes de la meule — mais aussi l'influence des dimenssions et de la position de la surface de contact sur ces performances.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secţia IV
ŞTIINŢE SOCIAL-ECONOMICE

D.C. 621.822

THRUST CLUTCH BEARINGS — OPERATION CHARACTERISTICS AND WEAR PHENOMENA

BY

M. D. GAFIŢANU, C.R. RACOCEA and D. BONTAŞ

1. Introduction

The eccentric position of the mounted clutch ball bearings and the load distribution nonuniformity have been evaluated in a previous work [4], as well, as the life reduction, result of those peculiar operating condition.

An improvement of the calculus method has been proposed also in a good agreement with the test results obtained on running autocars.

2. Speed Variation

The variation of the contact angle along the raceway [4] potentially modifies the uniform motion of the balls on their orbit.

Consequently, the theoretical instantaneous speed of a ball on its orbit is :

$$V_B = \Omega_e \frac{d_m - D \sin \alpha_\varphi}{4} \tag{2.1}$$

and the cage rotational speed is :

$$V_m = \Omega_e \frac{d_m}{4} , \tag{2.2}$$

with : Ω_e — angular speed of the rotating ring, d_m — bearing medium diameter, D — ball diameter, α_φ — position angle.

In these conditions, the balls are forced to a uniform orbital rotation with the same speed as the cage one.

The balls will have, beside the rolling motion with the speed V_m, a drift on the raceways :

$$\Delta V = \Omega_e \frac{D \sin \alpha_\varphi}{4} , \tag{2.3}$$

The balls drift on the raceways produces considerable friction forces, which are transmitted to the ball-cage contact (Fig. 1).

The pressure on the ball - cage contact — initially punctual — decreases on the same time with the simultaneous cage wear ; it seems this pressure reaches a boundary value for a sufficiently high degree of wear. Cumulating contact pressure and slip velocity on the ball - cage contacts, premature wear of the standard type cages are to expect.

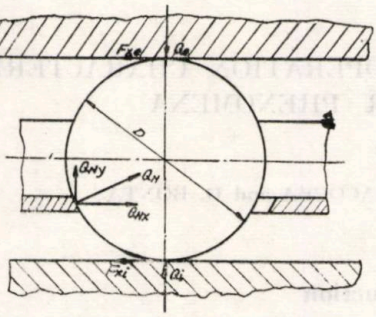


Fig. 1

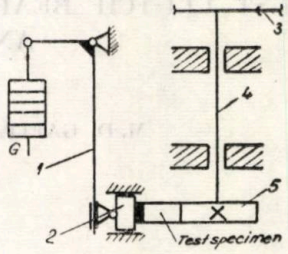


Fig. 2

3. Test Data

Two types of tests have been performed :
i) wear tests on samples ;
ii) life tests on thrust ball bearings.

3.1. Wear Tests

By means of these tests the influence of the cage material as well as the contact surface shape on the wear phenomena has been studied.

The test rig is schematically shown in Fig. 2. The specimen is loaded through hinged bracket *2* and lever *1* with the weights *G*. The disk *5* is driven of into rotating motion by an electromotor through the V—belts *3* and shaft *4*. The test conditions are those specified in table 1.

Table 1

No. test.	Contact form Roughness	Specimen material	Thermic treatment	Hardness	Contact surface
1	Fig. 3 *a* Ra 3.2	08 Kp-Vg-I GOST 914-56	Untreated	120 HB	16 mm²
2				40 ÷ 45 HRC	16 mm²
3	Fig. 3 *b*	OLC-10 STAS 880-68	Case hardened	45 HRC	324 mm²
4	Ra 8.2	Bronze	Untreated	126 HB	324 mm²
5	Fig. 3 *c* Ra 3.2	08-Kp-Vg-I GOST 914-56		120 HB	110 mm²
Disk	—	RUL-1 STAS 1456-67	Case hardened	62 HRC	—

Two kinds of samples have been used :

1° thin type (Fig. 3 *a*) ;

2° sample with extended contact surface (Figs. 3 *b* and *c*).

For each of these type tests has beeen performed in order to calculate the mean value of the material removed by wear after different time periods The tests results are presented in Fig. 4.

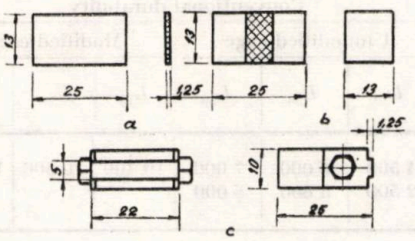


Fig. 3

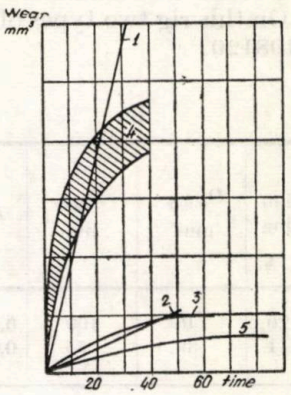


Fig. 4

The samples *2*, *3* and *5* (Table 1) proved to be much more resistent to wear. All the samples having the shapes to be seen in Fig 2 *b* and *c*, showed wear phenomenon which had the tendency to stabilize as a result of the increasing contact surface in time.

Consequently a new type of cage for thrust clutch bearings with an extended contact surface ball cage has been proposed (R.S.R. Patent No. 57470).

3.2. Life Tests on Bearings

As the major failure phenomenon, in running conditions, observed has been the contact ball-cage wear (95% of the bearings observed) a special rig was designed and built in order to reproduce in laboratory under control, the running operating conditions of the clutch bearings (R.S.R. Patent).

The rig is schematically shown in Fig. 5. It had to allow both constant loading and varying pulsating load specific to clutch bearings in accordance with the cycle presented in Fig. 6.

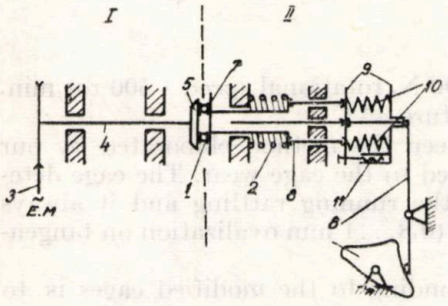


Fig. 5

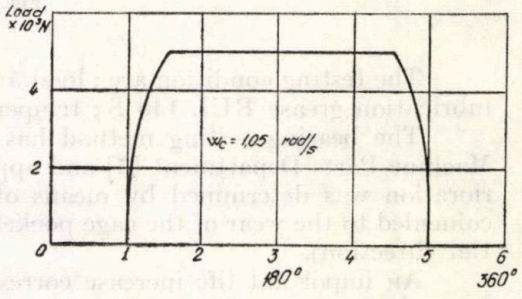


Fig. 6

a) drive unit *I* : electromotor E.M., V — belt *3*, driving shaft *4* and disk *5* in contact with one of the thrust bearing rings *1* ;

b) loading unit *II* : the loading force is transmited ro the tested bearing *1*, which is assembled on the shaft *7*, by means of the rods *8* and wheels *9* on which acts a cam lever *6* driven of by an electromotor and a reduction gear box. Between wheel surfaces *9*, springs *10* which are prestressed by the bolt and screwed nut mechanism *11* are interposed.

On this rig two types of bearings have been tested : bearings type 558711 and 108120.

Table 2

Type of bearing	D_{outer} mm	d_{inner} mm	B	Z	Conventional durability					
					Unmodified cage			Modified cage		
					L_{10}	L_{30}	L_{50}	L_{10}	L_{30}	L_{50}
108 120	140	100	0,08	16	4 500	6 000	7 000	10 400	10 500	10 600
588 711	89,5	55	0,05	15	2 500	5 600	8 000	—	—	—

The testing conditions as well as the acquired results are centralized in table 2 and Fig. 7.

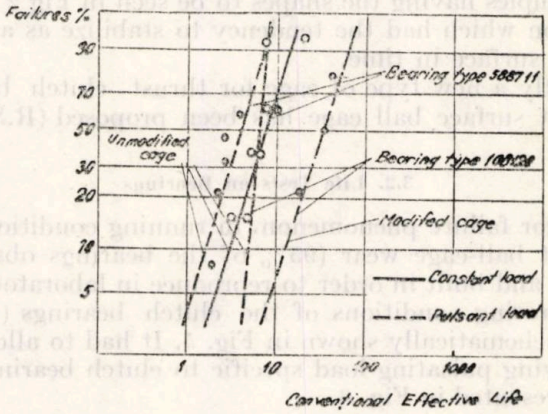


Fig. 7

The testing condition are : load 5 000 N, rotational speed 1 500 rot/min, lubrication grease RUL 140 S ; temperature 45°C.

The bearing testing method has been the method elaborated by our Machine Parts Department [5] and applied to the cage wear. The cage deterioration was determined by means of the running rattling and it always coincided to the wear of the cage pockets (0,8...1 mm ovalization on tangential direction).

An important life increase corresponding to the modified cages is to be noticed : $L_{10} + 210\%$, $L_{30} + 370\%$.

In the same time the effect of the pulsatory regime on the wear life is to be mentioned for the modified cages, this pulsatory regime developing the most favourable conditions of the eccentric running.

4. Conclusions

1. The running in pulssatory regime, as against the constant regime determined smaler wear durabilities, a fact explainable through the increased weight of the time periods with strong eccentric running.

2. The cage modification considerables got near in what durability as concerned, to the results of theoretical analysis the life increasings as results of the modified shape of cages attempt + 210% (L_{10}) and + 370% (L_{30}).

3. A special rig has been designed for the life tests with a large area of possibilities and conditions.

Nomenclature

D — ball diameter
d_m — pitch diameter
F_x — friction force between ball and one of the raceway
Q — ball normal load
Q_N — load between ball and cage
V_B — instantaneous speed of the ball on orbit
ΔV — slip speed between ball and receways
α_φ — mounted contact angle for a given ball
Ω_e — rotating speed of rotating ring

Received October 19, 1975

Polytechnic, Institute, Jassy,
Department of Machine Parts

REFERENCES

1. Harris T.A., *Rolling Bearing Analysis*. John, Wiley & Sons, Inc. New York — London — Sydney, 1966.
2. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*. Acta Polytechnica Stockholm, Mechanical Engineering Series, I, *3* (1947).
3. Rothbart H. A., *Mechanical Desigs and Systems Handbook*. McGraw — Hill Book Co., New York — Toronto — London, 1964.
4. Gafițanu M. D., Racocea C. R., *Thrust Clutch Bearings — Dynamic Capacity and Life*. Bul. Inst. polit. Iași, XXI(XXV), *3—4*, s. IV (1975).
5. Popinceanu N. G., Gafițanu M. D., *Contributions on New Methods of testing Bearings*. Studies and Researches of Applied Mechanics, XVIII, *2* (1967).
6. * * * *Analyses and Tests on the Behaviour of Thrust Bearings With Discontinuous Running*. Contract no. *19968*. Polytechnic Institute Jassy, Faculty of Mechanical Engineering, 1969.
7. * * * *The Study of the Behaviour of Thrust Bearings With Discontinuous Running*. Contract No. *19751*. Final Proceedings, Polytechnic Institute Jassy, Faculty of Mechanical Engineering, 1971.

RULMENȚI AXIALI PENTRU AMBREIAJE — PARTICULARITĂȚI FUNCȚIONALE ȘI FENOMENE DE DETERIORARE

(Rezumat)

Se prezintă o serie de particularități funcționale și constructive ale rulmenților axiali cu bile pentru ambreiaje. Pe baza încercărilor de laborator s-a elaborat un nou tip de colivie, brevetat, cu suprafața de contact bilă - colivie mărită, ceea ce conduce la creșterea durabilității.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

GHEORGHE BUZDUGAN, LUCIA FETCU, MIRCEA RADEŞ, *Vibraţiile sistemelor mecanice*, Ed. Acad. R.S.R., Bucureşti, 1975, 562 p.

Авторы, первый из который опубликовал сам или же в сотрудничестве монографии переводы или же научные заметки в области сопротивления материалов, измерениа механических колебаний, динамики машинных фундаментов и др., в размере около 10000 печатных страниц, излагают в настоящей книге, имеющей в своей основе результаты 100 библиографических ссылок относящихся к мехачическим колебаниям, важнейшие задачи касающиеся исследований колебаний механических систем. Книга рефлектирует также 20-летний труд кафедры но сопротивлению материалов Бухарестского политехнического института в области механических колебаний. 18 из цитируемых работ принадлежат известным советским исследователям. Практическая сторона рецензируемой здесь книги подчеркивается присутствием специальной главы посвященной современным методам измерениа механических колебаний.

После предисловия, где указывается на внимание уделенное и уделяемое в С.Р.Румынии теоретическим и экспериментальным работам в области колебаний (см., в частности, работы 13, 14, 25, 34, 68, 77, 78, 89), в книге выкристаллизовано семь глав. Из за невозможности привести ниже детали этой интересной книги, реф. вынужден ограничиться нижеследующей схематизацией. I. Введение (стр. 13—26). II. Колебания линейных систем с одной степенью свооды, с параграфами посвященными примерам, свободным незатухающим колебаниям, свободным затухающим колебаниям, вынужденным колебаниям и электрической аналогии. III. Эта глава „Колебания линейных систем со многими степенями свободы" подразделяется на примеры упругих систем со многими степенями свободы, колебания систем с двумя степенями свободы, колебания систем с n степенями свободы, приближенные методы исследования систем со многими степенями свободы, крутильные колебаниа со многими массами, изгибные колебания валов со многими массами, колебания фундаментов машин. Гл. IV „Колебания сплошной среды" подразделявтся на введенне, колебания струн, колебания стержней, колебания прямолинейных стержневых систем, поперечные колебания плоских мембран, поперечные колебания тонких плоских пластин, приближенные методы исследования колебаний сплошных сред. Гл. V „Нелинейные колебания систем с одной степенью свободы" излагает главным образом методы решения уравнений движения нелинейных упругих систем. Гл. VI „Удары. Случайные колебания" подразделяется на введениа, анализ входных и выходнных временных функций, динамические характеристики линейных осциллирующих систем, ответы этих систем на непернодические детерминистические, а затем и случайные возбужцения. Гл. VII „Измерениемеханических колебаний" содержит параграфы о каптаже колебаний, об аппаратуре для пореработки сигналов, а так же для анализа таковых, о генераторах колебний и об определении динамических характеристик упругих структур. Ясность фигур, хороший набор текста и формул, а так же удачное распределение материала : гл. III, стр. 129 — 274; гл. V, стр. 387 — 441 и гл. VII, стр. 505 — 563 говорит за то, что и эта книга, как и несколько предыдущих книг первого из авторов, будет переведена на другие языки. Реф. рекомендует это специалистам.

D. Mangeron

К.А.ЛУРЬЕ, *Оптимальное управление в задачах математической физики*. Изд. „НАУКА", М., 1975, 478 стр.

Problems in engineering control provide much of the motivation for the study of this subject but its explosive growth in the past 20 years is probably due to its importance in certain space research problems. The reviewed book is continuing one of the happiest crystallizations of these extremely important problems and includes itself in the large series of valuable books worked out throughout the world (See, for instance, M.N. O g u z t o r e l i, *Time-Lag Control Systems*, Academic Press, New York and London, 1966; R. B o u d a r e l, J. D e h n a s, P. B u i c h e t, *Command optimale des processus*, tomes 1—4, Dunod, Paris, 1969; J. L. L i o n s, *Optimal Control Systems governed by partial differential equations*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970; C. V â r s a n, *Teoria generală a problemelor de extremum cu aplicaţii la sistemele de control optimal*, Ed. Acad. R. S. România, Bucureşti, 1974).

The reviewed book derives its valuable contents from a set of 410 up to date references of whom 12 are due to the author itself (94—103 and 300—301) and 5 to the reviewer (305—308 and 330) in cowork with M. N. Oguztoreli. The titles of its six chapters are as follows. I. The Mayer-Bolza problem in several variables. Necessary conditions for a minimum (pp. 30—104). To be mentioned here the author's original contributions (96 and 300). II. Optimal distribution of working material specific resistance in the channel of a magnetohydrodynamic generator. The author's research work inserted here is related with his papers 97, 101—103. III. Some optimal problems pertaining to the elasticity theory (pp. 240—283). IV. Optimal problems concerning control systems governed by hyperbolic differential equations. This chapter deals in particular with the author's papers 95 and 301 as well as with the reviewer's polywave or polyvibrating mathematical models, called by various scientists „Mangeron equations" (references 305—308, 330 and M.N. Oguztoreli's papers 328—329). V. Parabolic and other evolutive optimal problems (pp. 346—385). VI. The Bellman's method in the variational problems with partial derivatives.

The author's very successful exposition of the specific characteristics of optimal problems governed by systems with several idependent variables as well as his approach to the necessary conditions of optimality concerned both with Pontryagin Maximum Principle and the applicability of Bellman Principle grounds the reviewer's belief, previously expressed in relation with the author's father A. I. L u r ' e „Analytical Dynamics", in the effective necessity of the translation of this K. A. L u r ' e „Optimal control in problems of mathematical physics" book into various languages and in particular into Romanian.

D. Mangeron

1976 JUN 2 2

40822